



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

DIPARTIMENTO DI CHIMICA FISICA E AMBIENTE

CORSO DI DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE, ARCHITETTURA - CICLO XXIII

TESI DI DOTTORATO DI RICERCA

Modellazione di tipo concettuale dei bacini naturali, con riferimento alla caratterizzazione geomorfologica della risposta idrologica.

DOTTORANDO
ing. NICOLA GASPARD

RELATORE
Prof. ing. MARCO PETTI

CORRELATORE
Dott. ing. MATTEO NICOLINI

ANNO ACCADEMICO
2011/2012

*A tutti i Professori, Ricercatori, Dottorandi, Studenti,
che ogni giorno in Italia contribuiscono,
con dignitosa e calma ostinazione,
al progresso delle scienze.
Nonostante tutto.*

SOMMARIO

Modellazione di tipo concettuale dei bacini naturali, con riferimento alla caratterizzazione geomorfologica della risposta idrologica.

Scopo della presente tesi di dottorato è quello di indagare alcuni aspetti della modellazione idrologica “classica”, prevalentemente basata su schemi risolutivi di tipo concettuale. Tali schemi numerici, in cui alle proprietà di invarianza e sovrapposizione degli effetti (derivate dalla teoria dei sistemi lineari), vengono associati set di parametri di tipo concentrato (lumped), rappresentano ancora oggi una delle tipologie di modelli idrologici più utilizzate nella pratica ingegneristica. In particolare i modelli di tipo concettuale riscontrano favorevoli consensi in un campo specifico, quello legato alla previsione di onde di piena generate da un bacino idrografico. Infatti, in tutti i settori applicativi di tipo ingegneristico ove sia richiesta la determinazione della risposta idrologica superficiale di un bacino (ad es. nelle attività progettuali di opere civili interferenti con i corsi d’acqua, nelle attività previsionali di supporto al servizio di protezione civile, nelle progettazioni di opere compensative per la compatibilità idraulica delle trasformazioni urbanistiche, eccetera), le analisi idrologiche vengono frequentemente svolte sulla base di modelli idrologici classici, di tipo concettuale (ad esempio il modello di Nash, il modello di Clark, il metodo cinematico, ecc.).

E questo nonostante siano disponibili sul mercato già da qualche decennio modelli idrologici più raffinati come, ad esempio, i modelli fisicamente basati e spazialmente distribuiti.

Il motivo di tale successo risiede probabilmente nella relativa facilità d’uso dei modelli concettuali, che entro determinati ambiti di applicazione consentono di ottenere in modo speditivo informazioni sufficienti (ai fini operativi) sul deflusso superficiale in corrispondenza di una sezione idraulica. Il limitato numero di parametri necessari per la taratura del modello di piena, oltre alla relativa semplicità degli schemi di calcolo che costituiscono la struttura dei modelli concettuali più diffusi, rendono infatti tali strumenti di indagine poco onerosi sotto l’aspetto dei tempi di elaborazione, se confrontati ai modelli più raffinati.

Queste brevi considerazioni mostrano dunque l'importanza che la modellazione idrologica classica riveste ancora in campo applicativo.

Pertanto allo scrivente è parso degno di interesse approfondire alcuni aspetti di tali modelli, in particolare i limiti intrinseci della modellistica basata su schemi di tipo lineare. Il modello preso in esame è il modello di Nash, sul quale sono state svolte alcune analisi di sensibilità al fine di studiare la risposta del modello al variare dei dati di input in ingresso.

Inoltre è stata approfondita una indagine sulla relazione esistente tra le caratteristiche geomorfologiche di un bacino naturale e la risposta idrologica fornita dal modello. Anche questo argomento è di un certo interesse ai fini operativi, in quanto una delle vie seguite per caratterizzare la trasformazione degli afflussi in deflussi, in particolare nei bacini naturali privi di monitoraggio, è stata quella di legare la risposta idrologica alle caratteristiche morfologiche del bacino. Già a partire dagli anni '50 del secolo scorso (ad esempio Horton, 1953) numerosi ricercatori hanno cercato di individuare e caratterizzare gli elementi morfologici di un bacino naturale che in qualche misura potessero esercitare una influenza sulla risposta idrologica del bacino. In particolare a partire dagli anni '80, grazie soprattutto agli innovativi lavori di Rodriguez Iturbe e Valdes (1979) e Gupta e Waimyre (1980), sono stati per la prima volta sviluppati degli approcci nei quali la risposta idrologica di un bacino viene intimamente legata alle caratteristiche morfologiche della rete di drenaggio. L'obiettivo era quello di introdurre nello schema di calcolo dell'idrogramma unitario istantaneo, oltre alle proprietà derivanti dalle semplificazioni consentite dalle ipotesi di linearità dei fenomeni idrologici, anche una dipendenza esplicita della risposta idrologica dalle caratteristiche fisiche della rete drenante. In tali modelli, denominati appunto "geomorfologici", vennero scelti quali indicatori morfologici i parametri di Horton i quali, sulla base di un ordinamento gerarchico della rete di drenaggio, consentono di stabilire rapporti di tipo geometrico tra i canali costituenti la rete idrografica, e quindi di descrivere in maniera oggettiva le suddette proprietà geomorfologiche.

L'indagine sviluppata nel presente lavoro si è orientata quindi verso una analisi di sensibilità in merito alla capacità di tali indicatori morfologici di caratterizzare la risposta idrologica di un bacino naturale. A tal fine sono state svolte numerose simulazioni effettuate con il modello di Nash, utilizzando i parametri del modello (n , numero di serbatoi e K , costante di invaso) ricavati dalle formule di Rosso (1984). Tali formule legano appunto i due parametri di Nash alla morfologia della rete di drenaggio, a partire dall'approccio geomorfologico proposto da Rodriguez Iturbe e Valdes (1979).

I risultati delle analisi mostrano come i parametri di Horton non consentono una caratterizzazione efficace della risposta idrologica, e conseguentemente è da ritenersi poco affidabile il loro uso in

ambito applicativo, soprattutto se finalizzato ad una migliore descrizione dell'idrogramma di piena in bacini non strumentati.

INDICE

SOMMARIO	III
INDICE	VI
ELENCO DEI SIMBOLI.....	VIII
CAPITOLO 1	1
INTRODUZIONE	1
1.1 Un breve sguardo storico	1
1.2 Il modello idrologico come supporto dell'attività sperimentale	2
1.3 Stato delle conoscenze attuali.....	2
1.4 Struttura della tesi.....	6
CAPITOLO 2	7
CENNI DI TEORIA DEI SISTEMI.....	7
2.1 Definizione di sistema.....	7
2.2 Rappresentazione di un sistema S	8
2.3 Classificazione di un sistema:	8
2.4 Sistema lineare	11
2.5 Analisi Armonica	15
CAPITOLO 3	19
MODELLI IDROLOGICI.....	19
3.1 Introduzione	19
3.2 Modelli idrologici completi.....	20
3.3 Modelli idrologici di piena	21
3.3.1 Principali elementi concettuali	22
3.3.2 Canale lineare	23
3.3.3 Serbatoio lineare	24
3.4 Modello cinematico o della corrivazione	25
3.5 Modello Idrologico di Clark	26
3.6 Modello idrologico di Nash.....	27
3.7 Parametri di forma	29
3.8 Analisi di sensibilità sui parametri del modello di Nash	35
CAPITOLO 4	61

RELAZIONE TRA L'IUH E LE PROPRIETÀ GEOMORFOLOGICHE DI UN BACINO.....	61
4.1 Caratterizzazione geomorfologica di un bacino	63
4.1.1 Le leggi geomorfologiche di Horton	63
4.1.2 Il metodo di gerarchizzazione di Shreve (1967)	67
4.1.3 Reticoli idrografici topologicamente "Random"	68
4.1.4 Utilizzo dei parametri geomorfologici nello studio dell'IUH geomorfologico	69
4.2 La critica di Kirchner alle leggi di Horton (1993)	71
4.3 La risposta idrologica geomorfologica (GIUH).....	78
4.3.1 Principali elementi di criticità nella teoria del "GIUH"	81
4.3.2 Modello Geomorfologico (GUH) come una cascata di serbatoi lineari.....	83
4.3.3 La critica di Nash e Shamseldin all'idrogramma unitario geomorfologico (GUH) (1998):	87
4.4 Espressione dei parametri di Nash per mezzo dei parametri di Horton (Rosso, 1984):	93
CAPITOLO 5	95
EFFETTI DELLE CARATTERISTICHE GEOMORFOLOGICHE SULLA RISPOSTA IDROLOGICA:	95
ANALISI DI SENSIBILITÀ SUI PARAMETRI DI HORTON R_a , R_b e R_L	95
5.1 Indagine sui campi di variazione dei parametri di Horton	96
5.2 Analisi di sensibilità sulla dipendenza della risposta idrologica dai parametri di Horton	98
5.3 Commento ai risultati relativi all'analisi di sensibilità:	104
CAPITOLO 6	121
CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI.....	121
BIBLIOGRAFIA.....	126
APPENDICE	129
CAPITOLO 5: ANALISI DI SENSIBILITÀ. GRAFICI FASE 1	130
CAPITOLO 5: ANALISI DI SENSIBILITÀ. FASE 2	134
CAPITOLO 5: ANALISI DI SENSIBILITÀ. GRAFICI FASE 3	157

ELENCO DEI SIMBOLI

Simboli romani

a, a_i	coefficienti di proporzionalità
a_n	coefficiente di serie armonica
a_ω	stato del versante, ovvero il suo ordine gerarchico attuale ω
A_n	coefficiente di serie armonica
A_ω	Area media contribuente relativa ai sottobacini di ordine ω
A_{tot}	superficie di un bacino idrografico
b, b_i	coefficienti di proporzionalità
b_n	coefficiente di serie armonica
B_n	coefficiente di serie armonica
\cos	funzione trigonometrica coseno
dt, dt	passo temporale di calcolo
dA	generica area elementare di un bacino idrografico
D, D^n	operatore di derivata prima, n-esima
D	periodo di funzione periodica
E	Evapotraspirazione
F	Infiltrazione
h	funzione di risposta impulsiva (o idrogramma unitario istantaneo “I.U.H.”)
h_p	valore di massimo della funzione “I.U.H.”. Equivalente a q_p e $I.U.H._{max}$
H_m	altitudine media del bacino
H_o	Quota sezione di chiusura del bacino
H'_1	momento del primo ordine dell'IUH, calcolato rispetto all'asse delle ordinate
H_n	momento n-esimo dell'IUH, calcolato rispetto all'asse baricentrico dell'IUH
$I.U.H._{max}$	valore di massimo della funzione “I.U.H.” Equivalente a h_p e q_p
$I(t)$	Ietogramma di pioggia efficace

K, K	coefficiente di invaso di un serbatoio lineare: parametro del modello di Nash
K_s	coefficiente di invaso superficiale
K_ω	parametro caratteristico di un canale di ordine ω
L	lunghezza di tempo corrispondente alla memoria del sistema
L	lunghezza dell'asta principale di un bacino
L_ω	Lunghezza media dei canali di ordine ω
L_Ω	Lunghezza media dei canali di ordine maggiore (Ω)
m_i	parametri di forma adimensionali dell'IUH ($i=1, 2, 3, 4, 5$)
n	numero di serbatoi lineari in serie: parametro del modello di Nash
n_s	numero di serbatoi lineari del deflusso superficiale
N_ω	numero di canali di ordine ω
N_1	numero di canali di ordine 1
P_T	pioggia totale
$P()$	Probabilità di accadimento della relazione entro parentesi
$P(s)$	Probabilità che una goccia segua il percorso "s"
P_{ij}	Probabilità di transizione dallo stato i allo stato j
Q, Q	portata
Q_{max}	portata di picco dell'idrogramma di piena
Q_{maxs}	portata di picco dell'idrogramma di piena superficiale
Q_s	portata o deflusso superficiale
Q_b	portata o deflusso di base
Q_p	portata o deflusso profondo
q_p	valore di massimo della funzione "I.U.H.". Equivalente a h_p e $I.U.H._{max}$
r	parametro adimensionale di forma
r_ω	stato del canale, ovvero il suo ordine gerarchico attuale ω
R_a	rapporto di biforcazione, ovvero rapporto del numero di canali
R_b	rapporto delle aree medie sottese ai canali
R_L	rapporto delle lunghezze medie dei canali
s	ritardo cinematico
s	possibile percorso di una goccia all'interno di un reticolo idrografico
sen	funzione trigonometrica seno
S	Operatore di sistema
S	Insieme dei percorsi possibili di una goccia all'interno di un reticolo idrografico

t, t, T	tempo
t_c	tempo di corrivazione
t_b	ascissa del baricentro dell'IUH
t_p, t_{\max}	tempo di picco dell'IUH
$t_{s\max}$	tempo di picco dell'IUH superficiale
T	Traspirazione
T_b	Tempo di viaggio di una goccia fino alla sezione di chiusura
T_s	Tempo di residenza di una goccia all'interno di un percorso s
T_{ai}	Tempo di viaggio di una goccia all'interno del versante a_i
T_{ri}	Tempo di viaggio di una goccia all'interno del canale caratterizzato dallo stato r_i
T_{rj}	Tempo di viaggio di una goccia all'interno del canale caratterizzato dallo stato r_j
u	impulso di pioggia unitario
v, v	velocità media all'interno della rete di drenaggio di un bacino idrografico
V	Volume immagazzinato
W	Volume invasato da un serbatoio
X	valore costante, diverso da zero
x	segnale di ingresso del sistema S , o input, ovvero deflusso meteorico efficace
y	segnale di uscita del sistema S , o output
y	deflusso superficiale
y_p	deflusso profondo
$*$	operatore di convoluzione

Simboli greci

α_m	coefficiente di serie armonica
β_m	coefficiente di serie armonica
$\Gamma(n)$	funzione gamma
δ	impulso unitario (o impulso di Dirac)
Θ_i	probabilità di stato iniziale
ω	ordine gerarchico di un canale
Ω	ordine gerarchico di un bacino, o del canale di ordine maggiore

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE

1.1 Un breve sguardo storico

Gli studi matematici fondamentali in campo idraulico e idrologico risalgono ai secoli diciannovesimo e ventesimo.

Una panoramica dei principali lavori svolti potrebbe avere inizio nel 1821, anno in cui furono sviluppate le equazioni di Navier-Stokes, che rappresentano la descrizione matematica di qualsiasi fluido continuo e deformabile. Nel 1856 Darcy determinò la relazione che lega il moto dell'acqua all'interno di un mezzo poroso, quando essa sia sottoposta ad un gradiente di pressione. Nel 1871 De Saint Venant sviluppò ulteriormente le equazioni di Navier Stokes, per il caso del moto in acque basse e distribuzione idrostatica delle pressioni. Nel 1931 Richards sviluppò ulteriormente l'analisi svolta da Darcy, definendo in termini matematici (per mezzo di un bilancio di massa all'interno di un volume di controllo) il moto di un fluido attraverso un mezzo poroso insaturo. Nel 1933 Horton propose uno schema per la descrizione del processo di formazione del deflusso superficiale, con il quale fu in seguito possibile simulare il processo di separazione delle precipitazioni in una parte destinata alla infiltrazione ed una rimanente destinata al deflusso superficiale.

Ancora nel 1948 Penman sviluppò un modello per descrivere la evapotraspirazione, successivamente rielaborato da Monteith nel 1965. Poi, a partire dagli anni settanta, numerosi altri studiosi svilupparono nuove relazioni matematiche per la descrizione di processi fisici specifici connessi alla interazione tra precipitazione e vegetazione, quali ad esempio l'intercettazione fogliare, la traspirazione, la trattenuta d'acqua dell'apparato radicale, eccetera.

L'ottocento e il novecento sono stati pertanto caratterizzati da una intensa attività scientifica che ha indagato matematicamente i principali fenomeni naturali che caratterizzano il ciclo idrologico.

Parallelamente all'attività teorica il novecento è stato caratterizzato anche da una maggiore raccolta di dati sperimentali rispetto alle epoche precedenti, grazie allo sviluppo di strumenti di misura sempre più numerosi e precisi.

La disponibilità di schemi matematici in grado di descrivere i fenomeni fisici coinvolti nel processo idrologico, oltre alla disponibilità di misure quantitative relative ai fenomeni stessi, ha consentito lo sviluppo nel secolo scorso di modelli numerici sempre più evoluti. Ma lo sviluppo di nuovi modelli idrologici, per quanto raffinati, deve sempre rimanere strettamente ancorato alla realtà sperimentale da rappresentare.

1.2 Il modello idrologico come supporto dell'attività sperimentale

L'attività di osservazione sperimentale costituisce infatti un aspetto basilare, perché senza di essa sarebbero impossibili nuovi progressi in campo scientifico. Infatti le osservazioni sperimentali consentono di "interrogare" la natura per ricevere informazioni sul suo comportamento, e grazie a tali informazioni è possibile nel lavoro scientifico affrontare adeguatamente l'incontro problematico tra ipotesi assunte e realtà osservata. E' dalla bontà di tale incontro che nasce la possibilità di acquisire nuove conoscenze.

Lo sviluppo di modelli matematici, in idrologia come in altri campi dell'attività scientifica, dovrebbe nascere appunto dall'esigenza di verificare se le ipotesi e gli schemi matematici proposti per descrivere un fenomeno siano rispondenti o meno al comportamento naturale.

Un modello è dunque uno strumento che può aiutare, sulla base di ipotesi matematiche, a interpretare le osservazioni svolte intorno ad un determinato fenomeno, ma esso non può sostituirsi alla realtà. In altri termini, *"..un modello consiste in una rappresentazione semplificata del fenomeno naturale. Esso è essenzialmente un giocattolo (per quanto utile), imitatore di un più complicato sistema reale."* (Silberstein, 2006).

E' dunque importante definire i pregi e l'importanza dei modelli per l'attività scientifica, ma anche i loro limiti intrinseci.

1.3 Stato delle conoscenze attuali

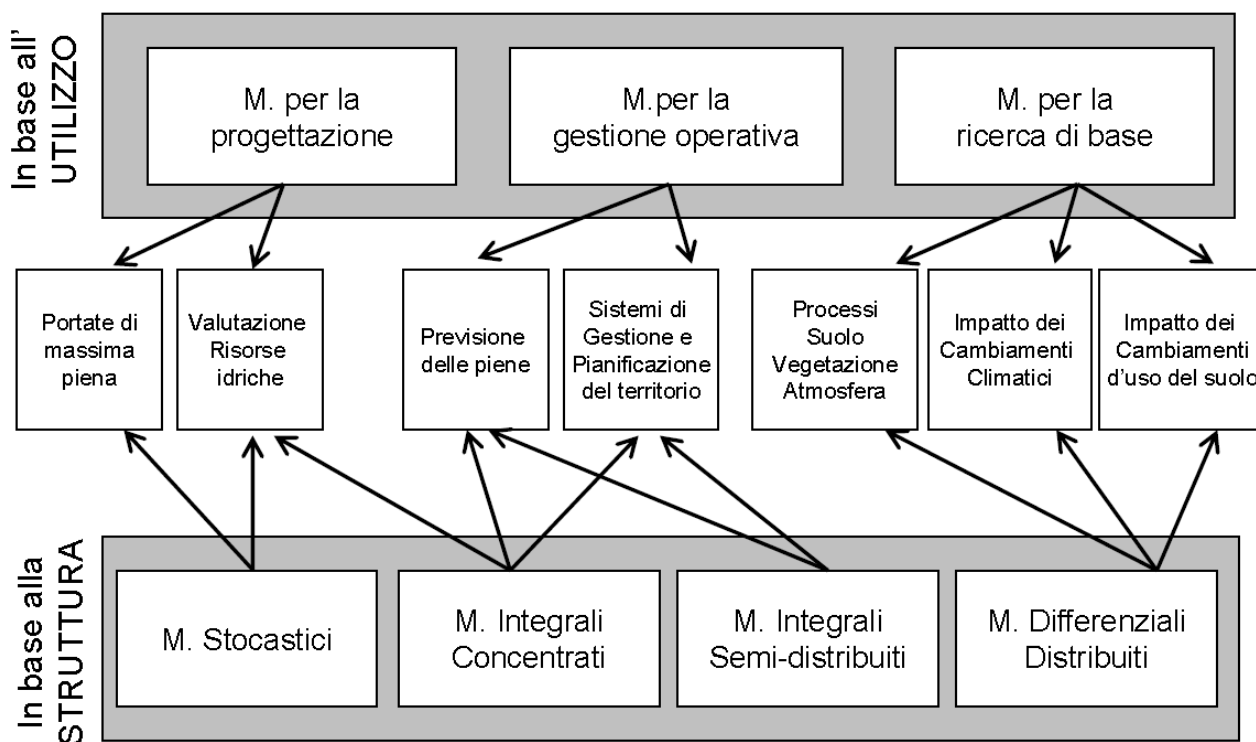
Lo sviluppo di modelli idrologici ha ricevuto un forte impulso con la diffusione dei primi computer, avvenuta soprattutto a partire dagli anni '60 del secolo scorso. Prima di allora, gli schemi matematici proposti per la descrizione dei processi fisici venivano risolti manualmente, oppure con l'aiuto di strumenti di calcolo meno evoluti. Oggigiorno le capacità dei processori sono in continuo aumento, e consentono ormai di eseguire in tempi brevi un numero molto elevato di operazioni.

Nell'ultimo ventennio l'accresciuta capacità computazionale dei processori, insieme allo sviluppo di nuovi strumenti informatici (GIS), ha consentito la gestione di dati spazialmente e temporalmente distribuiti, e quindi l'ulteriore affinamento dei modelli idrologici.

L'ambito di applicazione della modellazione idrologica ha avuto pertanto la possibilità di espandersi progressivamente, includendo via via differenti aspetti del ciclo idrologico. In tal modo si è reso possibile anche lo sviluppo di modelli sempre più complessi e raffinati.

In via del tutto generale, una schematizzazione dei modelli oggi disponibili può essere fatta in base al loro **utilizzo** (per la progettazione, per la gestione operativa, per l'attività di ricerca), oppure in base alla **struttura** con la quale viene descritta la variazione spazio temporale dei fenomeni fisici coinvolti (modelli stocastici, modelli integrali concentrati, semi distribuiti, differenziali distribuiti).

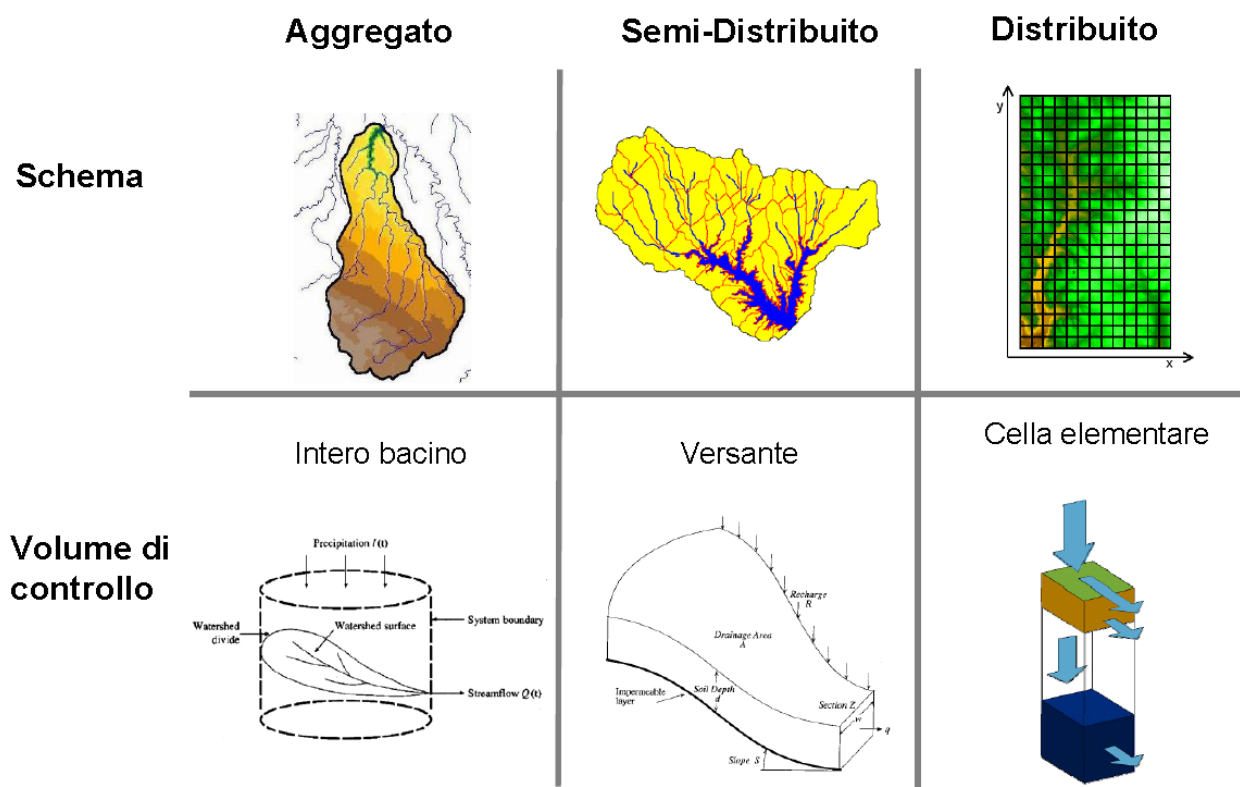
Classificazione dei modelli idrologici



Classificazione dei modelli idrologici (Univ. di Bologna, dispense del Dip. Scienze della terra e geologico Ambientali)

Ancora i modelli idrologici possono essere distinti in base allo **schema di discretizzazione** usato per rappresentare il problema idrologico di un bacino idrografico (Aggregato o Integrale o Concentrato, Semi-distribuito, Distribuito), per cui il **volume di controllo** preso a riferimento per la risoluzione dello schema matematico può essere l'intero bacino (nei modelli concentrati), oppure un versante (nei modelli semi-distribuiti), o la singola cella elementare (nei modelli distribuiti).

Differenti schemi di discretizzazione



Schemi di discretizzazione (Univ. di Bologna, dispense del Dip. Scienze della terra e geologico Ambientali)

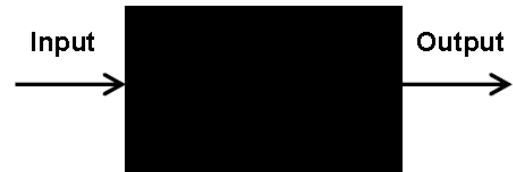
Infine è possibile distinguere i modelli idrologici in base al tipo di operatore che nel modello (inteso come sistema, lineare oppure non lineare) trasforma i dati di input in dati di output.

Vi possono essere quindi modelli di tipo **Black-Box**, in cui l'operatore di sistema è costituito semplicemente da una o più funzioni algebriche, più o meno complesse, in grado di restituire ad ogni valore di input un corrispondente valore di output: tali funzioni sono però prive di fondamento fisico, quindi prescindono da una schematizzazione anche semplificata del fenomeno reale. Invece nei modelli di tipo **Concettuale**, l'operatore di sistema viene costruito sulla base di elementi concettuali che schematizzano in maniera semplificata i processi idrologici coinvolti (ad esempio il fenomeno dell'invaso, del trasferimento, eccetera). Tra questi si può ricordare ad esempio il **modello concettuale di Nash** (1960), nel quale la risposta del sistema ad un ingresso di pioggia viene schematizzata per mezzo di una cascata di serbatoi lineari in serie. Infine i modelli **Fisicamente basati**, il cui l'operatore di sistema, applicato al volume di controllo, risolve esplicitamente le equazioni di bilancio dei principali fenomeni fisici coinvolti nella risposta

idrologica.

Black-box

L'unico obiettivo di questo tipo di modelli è riprodurre un output dato un input, non si acquisiscono informazioni sul sistema.
(Sono di solito modelli integrali)



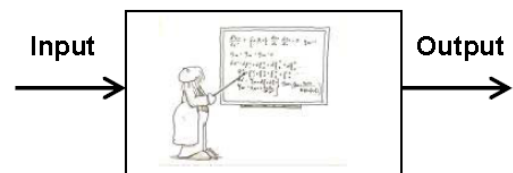
Concettuali

Nell'intento di riprodurre un output in base ad un input, si fanno delle assunzioni sul funzionamento del sistema.
(Sono di solito modelli semi-distribuiti)



Fisicamente Basati

La complessità del sistema viene rappresentata attraverso tutti i fenomeni fisici coinvolti. Oltre a rappresentare la relazione input-output, sono riprodotte le relazioni interne fra le variabili.
(Sono di solito modelli distribuiti)



Schematizzazione dei modelli in base alla forma dell'operatore di sistema (Univ. di Bologna, dispense del Dip. Scienze della terra e geologico Ambientali)

I modelli fisicamente basati rappresentano allo stato attuale la tipologia di modello più complessa e raffinata. Essi sono prevalentemente utilizzati per scopi di ricerca, in quanto consentono di comprendere più a fondo il comportamento idrologico di un bacino naturale. Pur tuttavia, tali modelli richiedono per la loro caratterizzazione notevoli quantità di dati in ingresso e sono inoltre onerosi per quanto riguarda il carico computazionale. Tra questi modelli il più noto è sicuramente il **SHE** (Système Hydrologique Européen), sviluppato in collaborazione tra il Danish Hydraulic Institute (DK), l'Institute of Hydrology di Wallingford (UK) e la SOGREAH (F). Tale modello rappresenta i vari aspetti del problema idrologico integrando le equazioni differenziali a derivate parziali che esprimono la continuità della massa e della quantità di moto nel mutuo rispetto delle condizioni al contorno scambiate.

Un altro modello distribuito e fisicamente basato è il modello **TOPKAPI** (Todini et al. 1996), nel quale vi è il tentativo di rappresentare i fenomeni in maniera fisicamente basata, ma con un uso parsimonioso dei parametri.

1.4 Struttura della tesi

La tesi è strutturata come segue: il secondo capitolo presenta una breve introduzione ai sistemi lineari. La struttura dei modelli idrologici di tipo concettuale è di fatto assimilabile a un sistema di tipo lineare, pertanto una introduzione alle basi teoriche dei sistemi lineari risulta imprescindibile. Il terzo capitolo è dedicato ai modelli idrologici. Dopo una breve introduzione ai modelli idrologici e alla descrizione dei modelli di piena, vengono trattati i modelli idrologici di tipo concettuale. A questo proposito sono considerati dal punto di vista matematico i principali elementi (canale lineare e serbatoio lineare) utilizzati in questo tipo di modellistica. Viene inoltre svolta una descrizione dei più comuni modelli idrologici concettuali. Un paragrafo è dedicato ai parametri adimensionali di forma, che consentono di confrontare tra loro le risposte idrologiche fornite da modelli differenti. Infine una analisi di sensibilità sui parametri che caratterizzano il modello idrologico di Nash chiude il capitolo. Nel quarto capitolo è affrontato il problema della relazione tra la risposta idrologica di un bacino e le sue proprietà geomorfologiche: nel primo paragrafo sono richiamati i principali elementi di analisi geomorfologica, nel secondo paragrafo la critica di Kirchner (1993) alle leggi di ordinamento gerarchico della rete idrografica proposte da Horton (1958). Nel terzo paragrafo viene descritta la risposta idrologica di un bacino naturale (GIUH), ottenuta mediante l'approccio geomorfologico (Rodriguez Iturbe e Valdes, 1979). Nello stesso paragrafo è inoltre esposta la schematizzazione proposta da Chutha e Dooge (1989), e la critica di Shamseldin e Nash (1998) al modello geomorfologico. Infine nel quarto paragrafo viene descritta la determinazione dei parametri n e K del modello di Nash per mezzo delle formule di Rosso (1984) ottenute sulla base dell'approccio geomorfologico.

Il quinto capitolo è dedicato all'analisi di sensibilità svolta per verificare l'influenza dei parametri geomorfologici di Horton sulla risposta idrologica.

Infine, sono tratte le conclusioni e si discutono brevemente possibili sviluppi futuri. In appendice sono allegati i risultati delle analisi eseguite.

CAPITOLO 2

CENNI DI TEORIA DEI SISTEMI

2.1 Definizione di sistema

Una interessante definizione di sistema è quella proposta da Dooge (1967): “*Ogni struttura, dispositivo, schema o procedura, reale o astratta, che mette in relazione, in un riferimento di tempo dato, un input (o causa, o stimolo) di materia, di energia o di informazione, con un output (o effetto, o risposta) di materia, di energia o di informazione.*”

Un sistema “S” è dunque costituito da una serie di coppie ordinate di input e output, chiamati semplicemente “segnali”. E’ possibile dunque scrivere:

$$S = \{x_i(t), y_i(t)\}, \quad i = 1, 2, 3 \dots$$

Un sistema “S” è composto essenzialmente da tre parti:

1. Un input $x(t)$;
2. Un output $y(t)$;
3. L’operatore di sistema o funzione di sistema “S”;

Funzione di sistema “S”:

La funzione “S” contiene una caratterizzazione matematica che descrive la relazione tra input e output. “S” può essere costituita da un operatore differenziale, da un operatore integrale, da un operatore integro-differenziale, o ancora da un operatore funzionale. Tale operatore definisce completamente la relazione tra Input e Output. In altri termini:

$$y = Sx$$

, cioè l'output y è la risposta del sistema “ S ” all'input x .

2.2 Rappresentazione di un sistema S

Spesso si rappresenta il legame tra input e output con scatole di tipo black-box. Il modo più semplice per rappresentare tale relazione è il seguente:

$$x \xrightarrow{S} y$$

2.3 Classificazione di un sistema:

Possiamo distinguere molte proprietà che caratterizzano un sistema, ad esempio:

Sistema Fisico o Astratto:

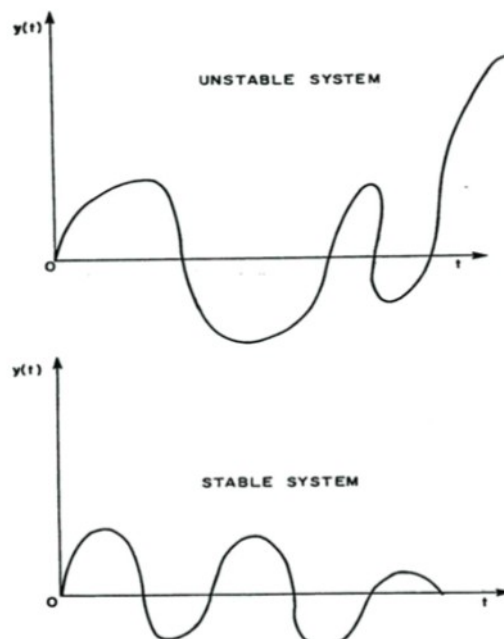
Un sistema si dice fisico quando interessa fenomeni del mondo reale, astratto quando tratta di problemi astratti, privi di collegamento con la realtà fisica, concreta, materiale;

Sistema Naturale o artificiale:

Si dice Naturale quando le variabili sono misurabili, ma non controllabili. Artificiale quando le variabili sono misurabili e controllabili (ad esempio un piccolo bacino di studio da laboratorio);

Sistema Stabile o instabile:

Un sistema si dice stabile quando, se l'Input è confinato, anche l'Output lo è. Instabile quando questa condizione non si verifica.

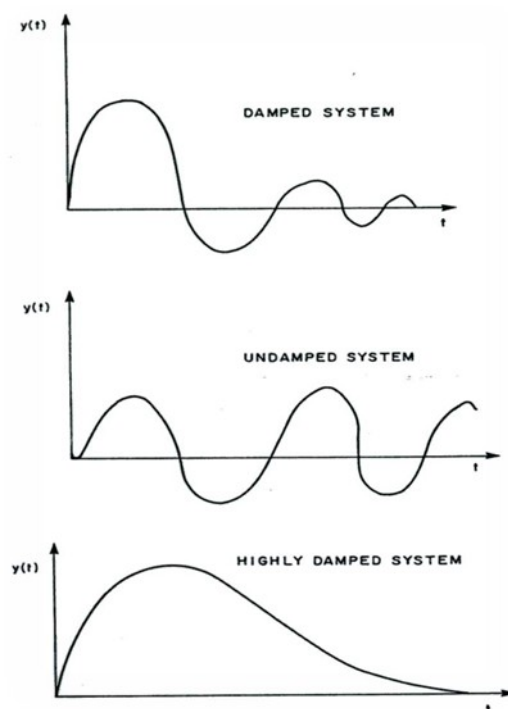


Esempi di un sistema stabile e instabile

Sistema a parametri concentrati o distribuiti: Si definiscono a parametri concentrati quei sistemi in cui i parametri possono essere definiti da funzioni dipendenti dal tempo. Invece a parametri distribuiti quei sistemi nei quali i parametri sono funzioni del tempo e dello spazio. In campo idrologico, a rigore, i sistemi dovrebbero essere considerati a parametri distribuiti, in quanto appare evidente la variazione spaziale di parametri fisici quali la natura del suolo, il grado di copertura vegetale, eccetera. Pur tuttavia, considerata la difficoltà connessa ad una corretta caratterizzazione spaziale di tali parametri, spesso nella pratica idrologica si adottano schemi a parametri concentrati. Tale semplificazione sarà tanto più approssimativa quanto maggiore è l'estensione del bacino oggetto di studio, e quanto maggiore sarà la variabilità spaziale dei parametri idrologici (quindi nel caso di bacini con caratteristiche spazialmente eterogenee), perché in questi casi aumenta la dipendenza dalle coordinate spaziali di tali parametri. Per superare tale limite, nel caso di bacini idrografici di grandi dimensioni è possibile ancora adottare uno schema a parametri concentrati suddividendo il bacino in sottobacini minori, all'interno dei quali la variazione spaziale dei parametri possa essere considerata meno significativa, e comunque non tale da condizionare pesantemente l'esito dei risultati.

Sistema smorzato o non smorzato:

Si dice smorzato quando una perturbazione in ingresso produce un segnale in uscita che si attenua



Esempio di sistema smorzato, non smorzato ed altamente smorzato

nel tempo, fino a scomparire. Non smorzato, quando la perturbazione in ingresso produce un segnale in uscita di durata infinita;

Sistema continuo o discreto nel tempo:

Si dice continuo quando i segnali di input e di output assumono valori descrivibili da una funzione continua nel tempo. Viceversa nei sistemi discreti i valori assunti dai segnali di input e di output sono disponibili solo per intervalli discreti di tempo;

Sistema con memoria e senza memoria:

La memoria di un sistema rappresenta l'intervallo di tempo passato in cui l'input influisce sul sistema al tempo presente. I sistemi con memoria sono detti anche sistemi “*dinamici*”. Cioè in questi sistemi (e il modello idrologico è uno di questi) l'output ad ogni istante t dipende non solo dall'input al tempo t , ma anche da una parte degli input avvenuti nel tempo passato.

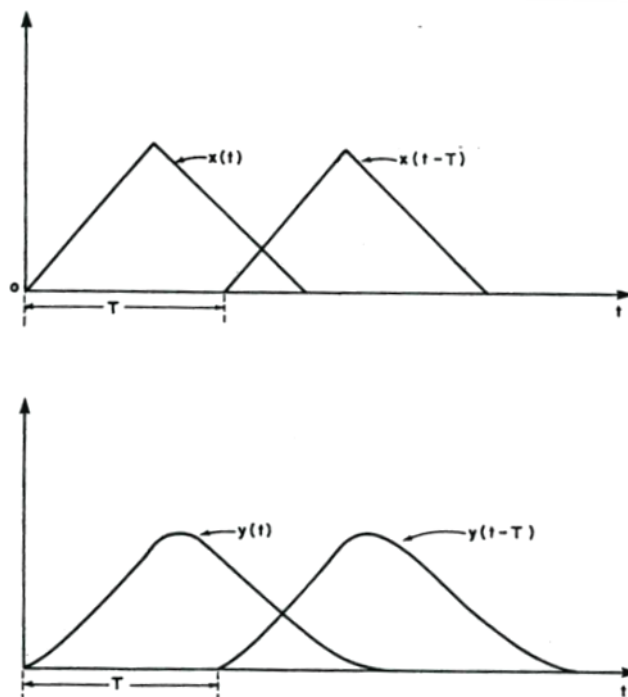
Sistema Invariante:

Un sistema lineare si dice *invariante* nel tempo quando l'operatore S è tale che:

$$y(t) = Sx(t)$$

$$y(t \pm T) = Sx(t \pm T)$$

Un sistema invariante nel tempo è detto anche “stazionario” o “fisso”.



Esempio di sistema stazionario

Tale proprietà è molto importante e spesso nella implementazione dei modelli idrologici di tipo concettuale, per la descrizione del fenomeno di trasformazione degli afflussi in deflussi, si assumono ipotesi di invarianza o stazionarietà. V'è evidenziato che tale assunzione costituisce molto spesso una drastica approssimazione del comportamento reale, che però ha il vantaggio di permettere forti semplificazioni negli schemi numerici di calcolo.

2.4 Sistema lineare

Nella teoria dei sistemi si dice lineare un sistema se rispetta le proprietà di proporzionalità e sovrapposizione:

Proporzionalità:

Quando è possibile scrivere che:

$$y = S(ax) = aS(x)$$

Sovrapposizione:

Quando vale la sovrapposizione degli effetti, cioè quando dati:

$$y_1 = S(x_1); y_2 = S(x_2)$$

Allora è possibile scrivere che:

$$y_1 + y_2 = S(x_1) + S(x_2)$$

In un'unica espressione di carattere generale è possibile scrivere la condizione di linearità nel modo seguente:

$$S(ax_1 + bx_2) = aS(x_1) + bS(x_2)$$

Oppure, in termini ancor più generali:

$$S\left(\sum_i^n a_i x_i\right) = \sum_i^n a_i S(x_i)$$

Se un sistema è lineare e stazionario e a ingressi concentrati (per cui si può ammettere un solo ingresso $x(t)$ ed una sola uscita $y(t)$), esisterà una equazione differenziale che lega ingresso e uscita, che può essere scritta nella forma seguente:

$$(a_0 + a_1 D + a_2 D^2 + \dots + a_n D^n) y(t) = (b_0 + b_1 D + b_2 D^2 + \dots + b_m D^m) x(t)$$

Dove D, \dots, D^n rappresentano gli operatori di derivata prima, ..., n-esima.

Risolvendo rispetto a $y(t)$ si ottiene:

$$y(t) = \frac{b_0 + b_1 D + b_2 D^2 + \dots + b_m D^m}{a_0 + a_1 D + a_2 D^2 + \dots + a_n D^n} x(t)$$

Il sistema è lineare se nell'equazione le variabili $x(t)$ e $y(t)$ e le loro derivate sono presenti con grado non superiore a uno, e se i coefficienti $a_0 \dots a_n$ e $b_0 \dots b_n$ sono indipendenti da $x(t)$ e da $y(t)$.

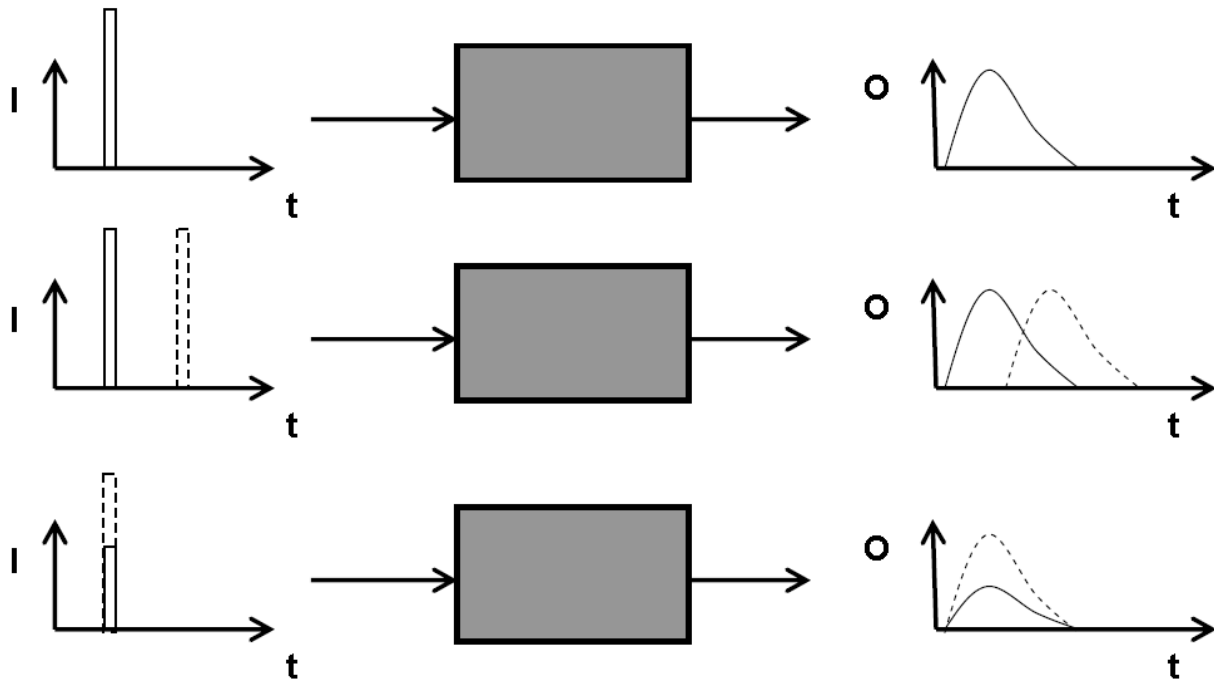
Il sistema inoltre potrà definirsi stazionario se i coefficienti a_i e b_i sono indipendenti dalla variabile temporale t .

In tali ipotesi la soluzione dell'equazione differenziale non omogenea può essere espressa (nelle ipotesi che le condizioni iniziali al tempo $t=0$ siano $y(t) = Dy(t) = \dots = D^{n-1}y(t) = 0$) con l'integrale di convoluzione:

$$y(t) = \int_0^t h(t - \tau) x(\tau) d\tau$$

Dove $h(t)$ è detta “*funzione di risposta impulsiva*” del sistema. In campo idrologico essa è meglio nota come Istantaneous Unit Hydrograph (I.U.H.), e rappresenta la risposta impulsiva di un bacino idrografico. Tale funzione è una caratteristica del bacino, in quanto dipende dalle sue caratteristiche fisiche. Pertanto, essa può considerarsi definita se sono noti i parametri $a_0 \dots a_n$ e $b_0 \dots b_n$ dell'equazione differenziale.

Lo studio della risposta idrologica sulla base di ipotesi lineari permette dunque di sfruttare in fase di calcolo la sovrapposizione degli effetti e la proporzionalità degli stessi. Lo schema seguente mostra appunto l'essenza di ogni modello di tipo lineare, nel senso appena descritto:

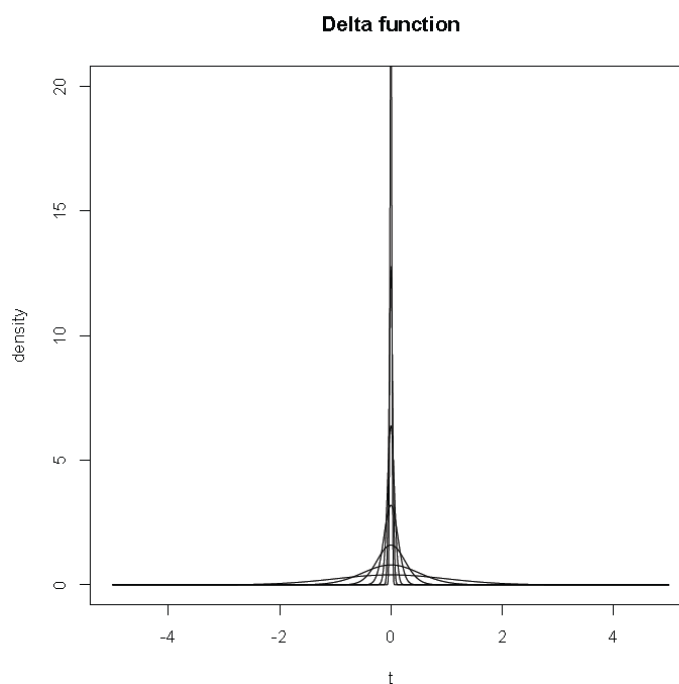


Modello lineare: sovrapposizione e proporzione degli effetti.
(Univ. di Bologna, dispense del Dip. Scienze della terra e geologico Ambientali)

Per comprendere meglio il significato della funzione $h(t)$ è utile introdurre il concetto di “*impulso unitario*” $\delta(t)$, detto anche impulso di Dirac. Esso può essere pensato come il limite per dt che tende a zero di un segnale in ingresso avente forma di onda quadra di altezza “ d ”, di valore diverso da zero nell’intervallo dt . Le dimensioni dell’impulso di Dirac sono pari all’inverso del tempo. E’ detto impulso unitario in quanto, per ipotesi, si assume che l’integrale generato dall’onda sia pari all’unità, cioè tale che:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

Ciò implica che per l’impulso $\delta(t)$ l’altezza “ d ” dell’onda tende a infinito, al tendere di dt a zero, ovvero che, al tendere di dt a zero, per t diversi da zero, $\delta(t) = 0$. L’impulso di Dirac è dunque un segnale di ingresso istantaneo.



Impulso unitario $\delta(t)$, o impulso di Dirac. Al tendere di dt a zero, $\delta(t)$ tende a infinito.

Prendendo ora in considerazione un generico ingresso $x(t)$ dato da:

$$x(t) = X\delta(t)$$

Dove X è un qualunque valore costante, diverso da zero, essendo:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

Sarà anche:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X\delta(t) dt = X$$

Quindi, sostituendo nell'integrale di convoluzione l'ingresso $x(t)$ si ottiene:

$$y(t) = \int_0^t h(t - \tau) X\delta(\tau) d\tau$$

Ovvero

$$y(t) = h(t)X$$

E' possibile così dare il seguente significato fisico alla risposta impulsiva $h(t)$: nell'ipotesi di $X=1$, quindi nell'ipotesi di ingresso pari ad un impulso unitario, la risposta impulsiva $h(t)$ coincide con la risposta del sistema. Questa equivalenza può ritenersi valida dal punto di vista numerico, ma non da un punto di vista dimensionale, avendo h le dimensioni dell'inverso del tempo, mentre y le dimensioni di una portata.

Pare opportuno sottolineare che tali relazioni vengono di fatto generalizzate anche a casi in cui il legame tra ingresso e uscita non sia esprimibile direttamente mediante una serie di equazioni differenziali a coefficienti costanti.

Con ciò si intende dire che tali relazioni stanno alla base di molti modelli idrologici esistenti, nei quali si assume che il complesso fenomeno della trasformazione degli afflussi in deflussi (nel quale molti dei processi coinvolti non potrebbero, a rigore, essere considerati eventi caratterizzati da un comportamento lineare) sia esprimibile con una risposta di tipo lineare, ovvero mediante un integrale di convoluzione che lega l'ingresso $x(t)$ alla risposta impulsiva $h(t)$.

2.5 Analisi Armonica

L'analisi armonica è stata sviluppata per la prima volta negli anni sessanta, ad opera di O'Donnel (1960). In seguito essa è stata ripresa ed ulteriormente elaborata da altri studiosi.

Il principio che sta alla base di questo tipo di analisi consiste nel pensare la pioggia efficace, l'idrogramma istantaneo unitario (I.U.H.) e l'idrogramma dei deflussi superficiali come funzioni temporali descrivibili mediante la composizione di serie armoniche (ottenute ad esempio mediante sviluppi in serie di Fourier), dunque mediante sommatorie di funzioni periodiche che si ripetono nel tempo, caratterizzate da una ampiezza, da una frequenza e da un periodo.

Qualsiasi funzione dipendente dal tempo, può dunque essere ricostruita mediante una combinazione lineare di funzioni periodiche più semplici:

Anche per l'integrale di convoluzione, dunque, si può ricavare l'idrogramma dei deflussi superficiali $Q(t)$ a partire dalla pioggia efficace $I(t)$ e dell' I.U.H. $h(t)$, mediante lo sviluppo analitico basato su di un'analisi armonica. Infatti in termini generali, e nelle ipotesi che i fenomeni fisici oggetto di studio siano riconducibili a funzioni di tipo periodico, è possibile riscrivere nel modo seguente l'integrale di convoluzione:

$$Q(t \pm kD) = \int_{t-L}^t I(t \pm kD)h(t - \tau) d\tau \quad k = 1, 2, \dots \dots \dots (2.1)$$

Dove L è la lunghezza di tempo corrispondente alla memoria del sistema, D è il periodo della funzione periodica.

Considerando un evento di piena isolato l'espressione precedente può essere riscritta come segue:

$$Q(t) = \int_{t-L}^t I(t)h(t - \tau) d\tau$$

E' possibile dunque esprimere ognuna delle componenti che costituiscono l'integrale di convoluzione mediante una serie armonica. Per esempio, sviluppando con una espansione in serie infinita di Fourier:

$$\begin{aligned} I(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2n\pi t}{D} + b_n \sin \frac{2n\pi t}{D} \right) \\ h(t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \left(\alpha_m \cos \frac{2m\pi t}{D} + \beta_m \sin \frac{2m\pi t}{D} \right) \\ Q(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n \cos \frac{2n\pi t}{D} + B_n \sin \frac{2n\pi t}{D} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dove:

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(t) \cos(nt) dt \quad n \geq 1$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(t) dt$$

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(t) \sin(nt) dt \quad n \geq 0$$

, e in forma analoga per i coefficienti delle altre relazioni.

Quindi, sostituendo le espressioni di $I(t)$, $h(t)$ appena ricavate nella relazione (2.1) si ottiene:

$$Q(t) = \int_{t-L}^t \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2n\pi\tau}{D} + b_n \sin \frac{2n\pi\tau}{D} \right) \right] \times \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(\alpha_m \cos \frac{2m\pi(t-\tau)}{D} + \beta_m \sin \frac{2m\pi(t-\tau)}{D} \right) \right] d\tau \quad (2.3)$$

È possibile dunque definire i seguenti parametri:

$$p_1 = \int_{t-L}^t \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos \frac{2n\pi\tau}{D} \times \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m \cos \frac{2m\pi(t-\tau)}{D} d\tau;$$

$$p_2 = \int_{t-L}^t \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos \frac{2n\pi\tau}{D} \times \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m \sin \frac{2m\pi(t-\tau)}{D} d\tau;$$

$$p_3 = \int_{t-L}^t \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin \frac{2n\pi\tau}{D} \times \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m \cos \frac{2m\pi(t-\tau)}{D} d\tau$$

$$p_4 = \int_{t-L}^t \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin \frac{2n\pi\tau}{D} \times \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m \sin \frac{2m\pi(t-\tau)}{D} d\tau$$

Richiamando la proprietà di ortogonalità e ricordando che, per m diverso da n , risulta $p_i=0$ per $i=1, 2, 3, 4$, quando l'integrazione viene effettuata all'interno di un intervallo di tempo pari al periodo D . Quando $m=n$, i valori dei parametri p_i , per $i=1,2,3,4$, assumono, dopo una serie di elaborazioni, le seguenti espressioni:

$$p_1 = D a_0 \alpha_0 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D}{2} a_n \alpha_n \cos \frac{2n\pi t}{D}$$

$$p_2 = \frac{D}{2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \beta_n \sin \frac{2n\pi t}{D}$$

$$p_3 = \frac{D}{2} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \alpha_n \sin \frac{2n\pi t}{D}$$

$$p_4 = -\frac{D}{2} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \beta_n \cos \frac{2n\pi t}{D}$$

Inserendo nell'equazione (2.3) i parametri sopra indicati si ottiene:

$$Q(t) = D a_0 \alpha_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D}{2} (a_n \alpha_n - b_n \beta_n) \cos \frac{2n\pi t}{D} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D}{2} (a_n \beta_n - b_n \alpha_n) \sin \frac{2n\pi t}{D} \quad (2.4)$$

Mettendo a confronto l'espressione (2.4) con l'espressione in serie di Fourier della portata $Q(t)$ è facile verificare che:

$$A_n = \frac{D}{2} (a_n \alpha_n - b_n \beta_n) \quad \text{per } n \geq 1, \quad (A_0 = a_0 \alpha_0)$$

$$B_n = \frac{D}{2} (a_n \beta_n - b_n \alpha_n)$$

Queste espressioni rappresentano dunque le relazioni analitiche tra i coefficienti delle serie armoniche di $Q(t)$, $I(t)$, e $h(t)$.

In maniera analoga si ricavano i coefficienti α_n e β_n relativi alla serie armonica dell'I.U.H., in funzione dei coefficienti di $Q(t)$ e $I(t)$, ottenendo:

$$\alpha_n = \frac{2}{D} \frac{a_n A_n + b_n B_n}{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{per } n \geq 1, \quad (\alpha_0 = \frac{1}{D} \frac{A_0}{a_0})$$

$$\beta_n = \frac{2}{D} \frac{a_n B_n - b_n A_n}{a_n^2 + b_n^2}$$

In linea teorica è dunque possibile, a partire dalla conoscenza di un idrogramma di piena $Q(t)$ e di uno ietogramma delle piogge efficaci $I(t)$, ricostruire mediante serie armoniche le relative funzioni dipendenti dalla variabile tempo, determinare quindi i coefficienti A_n , B_n , a_n , b_n , delle due serie armoniche e in seguito, mediante le relazioni sopra riportate, ricavare per via analitica i coefficienti α_n e β_n , grazie ai quali ricostruire infine l'andamento dell'IUH associato all'evento considerato e dunque la funzione di risposta del bacino in esame.

CAPITOLO 3

MODELLI IDROLOGICI

3.1 Introduzione

Con riferimento ai concetti espressi nel capitolo precedente, in campo idrologico sembra più appropriato il caso di un sistema S che riceve un input x e lo trasformi in più output:

$$x \xrightarrow{S} E, T, F, V, y, y_p \dots$$

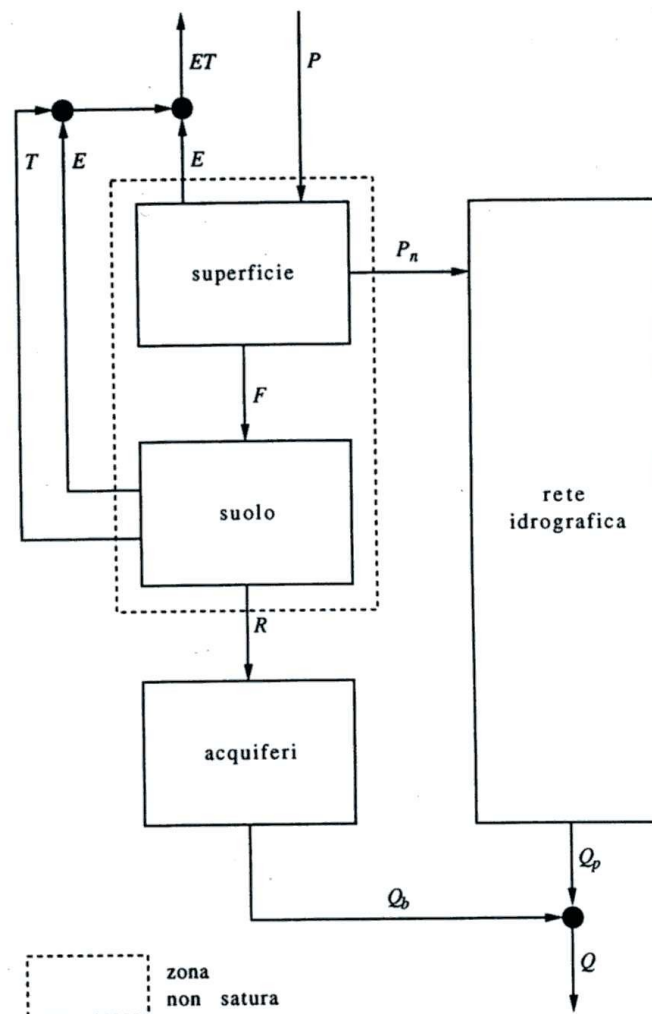
Il ciclo idrologico può quindi essere rivisto come un “sistema idrologico”, costituito da varie componenti: Un input costituito dalla precipitazione meteorica (x), un output costituito da più componenti tra le quali l’evaporazione (E), la traspirazione (T), l’infiltrazione (F), l’immagazzinamento (V), il deflusso superficiale (y) e il deflusso profondo (y_p), eccetera. Il sistema in campo idrologico è rappresentato dunque dal bacino idrografico sotteso ad una determinata sezione, nella quale si intende determinare il regime dei deflussi. Il bacino idrografico, o meglio la sua rappresentazione semplificata, rappresenta la traduzione in forma fisica del concetto di sistema. Un sistema o più semplicemente un modello idrologico, cerca dunque di descrivere mediante relazioni matematiche il fenomeno naturale del ciclo idrologico, ovvero il complesso di meccanismi naturali grazie ai quali la pioggia formatasi in seguito all’evaporazione e successiva condensazione di acqua proveniente da un area umida, da un bacino lacustre o marino, una volta raggiunta la superficie terrestre per mezzo delle precipitazioni si trasferisce sulla superficie stessa, oppure nel sottosuolo, raggiungendo nuovamente un area umida, oppure un bacino lacustre o marino.

Nel campo dell’idrologia vi sono principalmente due categorie di modelli idrologici: modelli idrologici completi e modelli idrologici di piena. In funzione delle caratteristiche da studiare, e della

precisione richiesta, il fenomeno della trasformazione degli afflussi in deflussi (e quindi dei singoli processi coinvolti) verrà schematizzato con maggiore o minore precisione.

3.2 Modelli idrologici completi

Solitamente tali modelli tentano di descrivere il fenomeno della trasformazione degli afflussi in deflussi su dimensioni temporali significative (un anno, una stagione). Pertanto molti dei processi idrologici (evapotraspirazione, infiltrazione, immagazzinamento, deflusso superficiale, deflusso di base) che caratterizzano tale fenomeno diventano significativi e vanno considerati nello schema di calcolo. Una schematizzazione del modello idrologico completo può essere la seguente:



Schema di modello idrologico completo

I modelli idrologici completi possono a loro volta essere distinti in modelli concettuali, semi distribuiti e fisicamente basati.

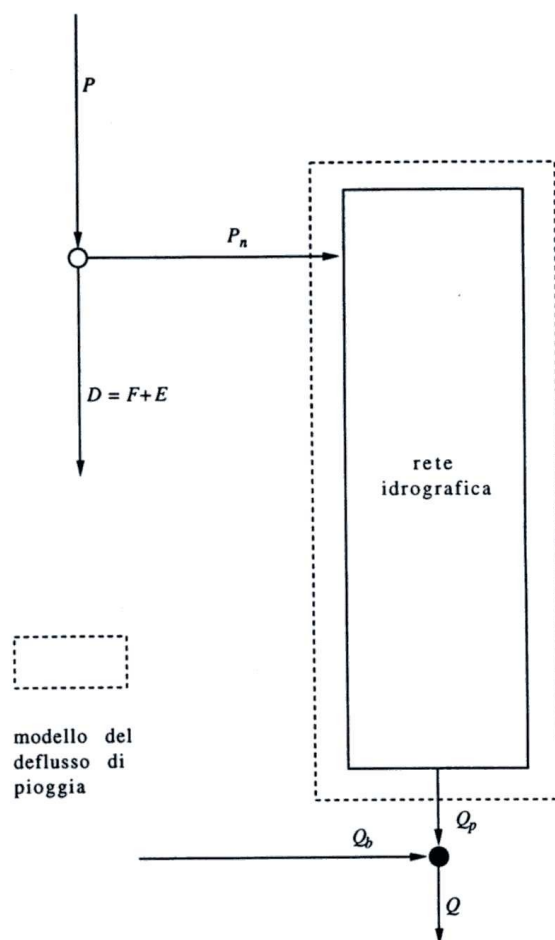
I modelli concettuali tentano di semplificare il problema idrologico ipotizzando che i processi di trasferimento dell'afflusso meteorico siano paragonabili ad elementi concettuali (quali ad esempio il serbatoio, il canale lineare, eccetera), i quali hanno il pregio di avere leggi di funzionamento più semplici, e dunque di più semplice implementazione da un punto di vista numerico.

I modelli fisicamente basati, invece, rappresentano allo stato attuale i modelli idrologici caratterizzati da maggiore complessità, in quanto tentano di riprodurre con leggi fisiche tutte le fasi del ciclo idrologico, riducendo quanto più possibile le semplificazioni adottate. Tali modelli dunque, esaminano ogni singolo processo dal punto di vista fisico, ad esempio il meccanismo con il quale l'acqua si infila nel sottosuolo, mediante sistemi di equazioni alle derivate parziali per il bilancio di alcune grandezze fisiche di volta in volta interessanti ai fini dello studio.

I modelli semi distribuiti costituiscono infine un compromesso tra i due tipi di modelli appena descritti. Infatti nei modelli semi distribuiti il bacino idrografico viene suddiviso in sub unità minori, all'interno delle quali viene applicato un approccio di tipo concettuale oppure di tipo distribuito.

3.3 Modelli idrologici di piena

A differenza dei modelli idrologici completi, nei modelli di piena l'interesse di studio è rivolto principalmente alle modalità con le quali un bacino idrografico risponde ad una singola sollecitazione piovosa (o comunque ad una serie limitata di eventi meteorici) data come input. In questo caso, considerata la relativa rapidità del fenomeno oggetto di studio (normalmente il tempo necessario per la formazione di un'onda di piena in un corso d'acqua può variare, in funzione della dimensione del bacino oggetto di studio, da un minimo di qualche minuto ad un massimo di qualche giorno) può considerarsi trascurabile l'influenza sulla formazione del deflusso superficiale data dai fenomeni quali l'evapotraspirazione e il deflusso ipodermico, per cui, grazie ad alcune importanti semplificazioni, il modello di piena può essere schematizzato nel modo seguente:



Schema di modello idrologico di piena

Più precisamente nei modelli di piena vengono operate delle importanti semplificazioni sulle modalità con le quali avviene la separazione tra la frazione di pioggia che si infila nel terreno e quella che invece andrà a formare il deflusso superficiale e dunque l'onda di piena nella rete idrografica superficiale.

I modelli di piena più utilizzati nella pratica professionale sono quelli lineari e invarianti, in quanto essi sono di più facile utilizzo sia dal punto di vista del carico computazionale sia per la quantità di dati di input richiesti.

3.3.1 Principali elementi concettuali

Alcuni dei processi idrologici fondamentali sono schematizzati e rappresentati mediante elementi concettuali semplici, il cui comportamento è facilmente descrivibile da semplici relazioni analitiche. Tra i più comuni elementi concettuali utilizzati vi sono il “canale lineare” e il “serbatoio lineare”.

Il canale lineare e il serbatoio lineare trovano largo impiego nella modellistica idrologica, in quanto grazie ad essi è possibile schematizzare i due processi fondamentali che caratterizzano la risposta di

un bacino idrografico: il processo di trasferimento della massa liquida (canale lineare) e il processo di immagazzinamento o invaso della massa liquida (serbatoio lineare).

Nel caso di canale lineare, la schematizzazione tenta di descrivere il solo processo di trasferimento, secondo il quale le gocce d'acqua cadute in un bacino verso la sezione di chiusura giungono ad essa con un certo ritardo rispetto all'istante di partenza iniziale. Tale processo, in questo caso, sarà dunque rappresentabile mediante una particolare funzione $h(t)$ della risposta impulsiva, che associata nell'integrale di convoluzione all'ingresso di pioggia $x(t)$ permetterà di determinare la risposta $y(t)$ caratteristica del canale lineare.

Nel caso di serbatoio lineare, invece, il processo fisico del quale viene riprodotta la schematizzazione è la laminazione, ovvero l'immagazzinamento temporaneo del deflusso superficiale all'interno della rete idrografica o sulla superficie del bacino, il cui effetto in termini quantitativi si traduce in una attenuazione dei valori di portata al colmo, oltre che in una dilatazione lungo l'asse dei tempi dell'idrogramma dei deflussi superficiali. Analogamente al caso del canale lineare, si tratterà di ricavare la funzione di risposta impulsiva $h(t)$ caratteristica del serbatoio lineare.

I principali modelli idrologici esistenti sono costituiti, nella maggioranza dei casi, da combinazioni lineari, in serie o in parallelo, di questi due elementi concettuali semplici.

3.3.2 Canale lineare

Di fatto, assumendo l'ipotesi che l'unico processo fisico in atto sia il semplice trasferimento della goccia d'acqua dal punto iniziale alla sezione di chiusura, è possibile tradurre il ritardo "s" che viene accumulato dalla particella d'acqua durante il trasferimento alla sezione di chiusura come ritardo nella trasmissione della funzione di risposta impulsiva $h(t)$ (I.U.H.), per cui si ha che la risposta impulsiva di un canale lineare è data da:

$$h(t) = u(t - s);$$

quindi, dato un ingresso continuo $x(t)$ avremo che la risposta del sistema, in questo caso rappresentata dalla portata $Q(t)$ in corrispondenza della sezione di chiusura del bacino idrografico in esame, sarà data come al solito dall'integrale di convoluzione, che dopo opportune semplificazioni¹ si riduce alla seguente espressione:

¹ L'integrale può essere risolto scomponendolo in tre parti, nel seguente modo:

$$Q(t) = \int_0^t h(t-\tau)x(\tau)d\tau = \int_0^t u(t-s-\tau)x(\tau)d\tau = x(t-s)$$

3.3.3 Serbatoio lineare

Nel caso del serbatoio lineare, la schematizzazione concettuale si propone di descrivere analiticamente mediante una relazione di tipo lineare il legame tra il volume invasato $W(t)$ e la portata $Q(t)$. Applicando l'equazione dei serbatoi, e indicando come al solito con $x(t)$ l'afflusso meteorico efficace si ottiene che:

$$\frac{dW}{dt} = x(t) - Q(t)$$

Ipotizzando un legame lineare tra il volume W e la portata Q , del tipo:

$$W(t) = KQ(t)$$

Dove K è la costante di invaso del serbatoio, che rappresenta il tempo di svuotamento del serbatoio stesso. Si ottiene, sostituendo nell'equazione dei serbatoi, e dopo alcune semplificazioni:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{K}Q(t) = \frac{1}{K}x(t)$$

Moltiplicando ambo i membri per $e^{\frac{t}{K}}$ si ricava:

$$\frac{d}{dt}(Qe^{\frac{t}{K}}) = \frac{1}{K}e^{\frac{t}{K}}x(t)$$

Integrando si ottiene:

$$Q(t) = Q_0e^{-\frac{t}{K}} + \frac{1}{K} \int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{K}} x(\tau) d\tau$$

Questo nelle ipotesi che $Q=Q_0$ per $t=0$.

$$Q(t) = \int_0^{t-s-\varepsilon} u(t-s-\tau)x(\tau)d\tau + \int_{t-s-\varepsilon}^{t-s+\varepsilon} u(t-s-\tau)x(\tau)d\tau + \int_{t-s+\varepsilon}^t u(t-s-\tau)x(\tau)d\tau = x(t-s) \int_{t-s-\varepsilon}^{t-s+\varepsilon} u(t-s)d\tau = x(t-s)$$

Essendo il primo e il terzo integrali nulli per le proprietà della funzione di Dirac, ed ε arbitrariamente piccolo.

Se ora si confronta questa espressione con l'integrale di convoluzione si può riconoscere facilmente che il termine $h(t) = \frac{1}{K} e^{-\frac{t-\tau}{K}}$ rappresenta l'I.U.H. , ovvero la risposta impulsiva $h(t)$ del sistema nel caso di un serbatoio lineare.

3.4 Modello cinematico o della corrivazione

Il modello cinematico ipotizza che il bacino idrografico possa essere suddiviso in tanti canali lineari disposti in parallelo in grado di recapitare alla sezione di chiusura la portata generata da un'area elementare dA del bacino avente superficie totale A_{tot} . Quindi, ipotizzando che su ogni area elementare dA entri un impulso unitario $u(t)$, sappiamo che la risposta o IUH fornita dal canale lineare ad essa collegato è data da $h(t) = u(t - s)$, dove s rappresenta il tempo necessario alla goccia caduta nell'area dA a raggiungere la sezione di chiusura. Quindi per ottenere la risposta complessiva del bacino di superficie A_{tot} , sarà necessario integrare tali risposte singole sull'intero dominio del bacino, avendo cura, per ognuna delle superfici elementari dA , di considerare il relativo coefficiente di peso, pari a $\frac{dA}{A_{tot}}$ (dovendo essere che $\int_{A_{tot}} \frac{dA}{A_{tot}} = 1$):

$$h_A(t) = \int_{A_{tot}} \frac{dA}{A_{tot}} u(t - \tau)$$

Dove $h_A(t)$ rappresenta l'IUH del metodo della corrivazione.

Ricordando che $A_{tot} = A(t)$, e che è possibile scrivere $dA_{tot} = \frac{dA_{tot}}{d\tau} d\tau$, è possibile riscrivere in altra forma l'integrale precedente, ovvero:

$$h_A(t) = \frac{1}{A_{tot}} \int_0^t \frac{dA_{tot}}{d\tau} u(t - \tau) d\tau = \frac{1}{A} \frac{dA_{tot}}{dt}$$

Essendo per definizione la funzione di Dirac nulla ovunque, ad esclusione di $t = \tau$.

Nel caso semplificato in cui la curva aree-tempi sia lineare, ad esempio nel caso di un bacino di forma rettangolare, è possibile scrivere:

$$A(t) = \frac{A_{tot}}{t_c} t$$

Dove A_{tot} è la superficie del bacino, t_c il tempo di corrivazione del bacino. In tali ipotesi l'IUH del metodo cinematico diventa:

$$h_s(t) = \begin{cases} \frac{1}{t_c} & \text{per } t \leq t_c \\ 0 & \text{per } t > t_c \end{cases}$$



Canale lineare collegato ad una superficie elementare del bacino (da Maione, 1995)

3.5 Modello Idrologico di Clark

Nelle ipotesi adottate da Clark (1945), il bacino si intende composto di due elementi: una serie di canali lineari posti in parallelo tra loro, come nel caso del modello cinematico, e, all'uscita di questi, un serbatoio lineare.

Pertanto l'idrogramma unitario istantaneo dell'intero sistema sarà pari all'integrale di convoluzione tra l'IUH del modello cinematico, pensato come portata in ingresso, e l'IUH del sistema costituito dal serbatoio lineare:

$$h(t) = \int_0^t \frac{1}{K} e^{-\frac{t-\tau}{K}} \frac{1}{S} \frac{dA}{d\tau} d\tau$$

sapendo che per $t > t_c$ la derivata $\frac{dA}{d\tau}$ si annulla si ottiene:

$$h(t) = \int_0^{t_c} \frac{1}{K} e^{-\frac{t-\tau}{K}} \frac{1}{S} \frac{dA}{d\tau} d\tau$$

Una semplificazione del modello di Clark si può ottenere ipotizzando, in maniera analoga a quanto visto nel caso del modello cinematico, che la curva aree-tempi sia di tipo lineare. Nel caso di un bacino rettangolare, ad esempio, sappiamo che $A = A(t) = \frac{S}{t_c}t$, per t appartenente all'intervallo $(0, t_c)$.

Quindi, per $t \leq t_c$ l'IUH del modello di Clark semplificato sarà dato da:

$$h(t) = \int_0^t \frac{1}{K t_c} e^{-\frac{t-\tau}{K}} d\tau = \frac{1}{t_c} (1 - e^{-\frac{t}{K}})$$

per $t > t_c$, invece:

$$h(t) = \int_0^{t_c} \frac{1}{K t_c} e^{-\frac{t-\tau}{K}} d\tau = \frac{1}{t_c} e^{-\frac{t}{K}} (e^{\frac{t_c}{K}} - 1)$$

Quindi, nel caso del modello di Clark semplificato secondo le ipotesi del bacino rettangolare, esso è completamente determinato una volta noti i due parametri t_c , tempo di corrvazione del bacino, e K , costante di invaso del serbatoio lineare.

3.6 Modello idrologico di Nash

Il modello idrologico di Nash schematizza il bacino idrografico con dei serbatoi lineari, uguali tra loro, posti a cascata (dunque, in serie) uno di seguito all'altro. Con tale schematizzazione, per il principio di continuità tutto il volume entrante generato dal deflusso superficiale efficace $x(t)$ transiterà in ognuno dei serbatoi della serie, a differenza del caso di un sistema di serbatoi in parallelo, dove tale volume viene invece ripartito tra i vari serbatoi. Inoltre, l'idrogramma di piena generato in uscita dal primo serbatoio costituisce la portata in ingresso del secondo, e analogamente per il secondo e il terzo, il terzo e il quarto, e così via. Analoga schematizzazione vale dunque se, invece di un ingresso o deflusso superficiale $x(t)$ qualsiasi, si consideri un ingresso dato da un impulso unitario. In tal caso la risposta in uscita dall'ultimo serbatoio costituirà l'IUH del sistema, ovvero l'idrogramma generato da un impulso unitario entrante.

Nell'ipotesi di due soli serbatoi posti in serie tra loro, la traduzione analitica di tale schematizzazione può essere svolta nel seguente modo: sapendo che l'idrogramma istantaneo unitario di un serbatoio lineare è descritto dalla relazione:

$$h(t) = \frac{1}{k} e^{-\frac{t-\tau}{K}}$$

possiamo dire che l'ingresso o deflusso efficace $x(t)$ entrante nel secondo serbatoio sarà dato dalla risposta del primo serbatoio. Dunque, l'IUH del sistema di due serbatoi sarà dato da:

$$h(t) = \int_0^t \frac{1}{K} e^{-\frac{t-\tau}{K}} \frac{1}{K} e^{-\frac{\tau}{K}} d\tau = \frac{1}{K^2} e^{-\frac{\tau}{K}} \int_0^t d\tau = \frac{t}{K^2} e^{-\frac{\tau}{K}} = \frac{t}{1! K^2} e^{-\frac{\tau}{K}}$$

Nello stesso modo, l'idrogramma istantaneo unitario del sistema costituito dai primi tre serbatoi, è esprimibile mediante la convoluzione tra la portata entrante nel terzo serbatoio (rappresentata dall'IUH dei primi due serbatoi) e l'IUH del terzo serbatoio lineare, quindi:

$$h(t) = \int_0^t \frac{1}{K} e^{-\frac{t-\tau}{K}} \frac{\tau}{K^2} e^{-\frac{\tau}{K}} d\tau = \frac{1}{K^3} e^{-\frac{\tau}{K}} \int_0^t \tau d\tau = \frac{t^2}{2K^3} e^{-\frac{\tau}{K}} = \frac{t^2}{2! K^3} e^{-\frac{\tau}{K}}$$

Ancora, fra i primi tre serbatoi e il quarto:

$$h(t) = \int_0^t \frac{1}{K} e^{-\frac{t-\tau}{K}} \frac{\tau^2}{2K^3} e^{-\frac{\tau}{K}} d\tau = \frac{1}{2K^3} e^{-\frac{\tau}{K}} \int_0^t \tau^2 d\tau = \frac{t^3}{6K^4} e^{-\frac{\tau}{K}} = \frac{t^3}{3! K^4} e^{-\frac{\tau}{K}}$$

è facile dunque riconoscere che, nel caso generale di n serbatoi in serie, l'idrogramma istantaneo unitario è descrivibile da una relazione del tipo:

$$h(t) = \frac{t^{n-1}}{(n-1)! K^n} e^{-\frac{\tau}{K}}$$

ma, essendo:

$$(n-1)! = \Gamma(n)$$

Dove $\Gamma(n)$ è la funzione Gamma data dall'espressione:

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{n-1} dt$$

Allora l'IUH del modello di Nash può essere scritto nella forma della distribuzione gamma:

$$h(t) = \frac{t^{n-1}}{\Gamma(n)K^n} e^{-\frac{t}{K}}$$

I parametri n , numero di serbatoi, e K , costante di invaso del serbatoio, sono sempre positivi. L'introduzione della funzione $\Gamma(n)$ consente di estendere l'applicazione del modello anche al caso di n diverso da un numero intero. Peraltro tale evenienza, che si verifica comunemente nelle applicazioni pratiche, snatura il significato fisico del modello stesso.

Il tempo di picco dell'IUH, t_p , che corrisponde al massimo della funzione $h(t)$, si ottiene uguagliando a zero la derivata prima della funzione $h(t)$, ovvero:

$$t_p = (n - 1)K$$

Il massimo della funzione $h(t)$ sarà quindi dato da:

$$h_p = \frac{1}{K\Gamma(n)} (n - 1)^{n-1} \exp(1 - n)$$

3.7 Parametri di forma

L'uso del grafico m_2 - m_3 per la valutazione dei modelli idrologici (da Moisello, 2006)

Per individuare un modello lineare di un certo tipo (per esempio un serbatoio lineare, oppure un modello della corrivazione) si possono utilizzare, in alternativa ai parametri dell'espressione analitica dell'idrogramma unitario istantaneo (IUH, Instantaneous Unit Hydrograph) (come la costante di tempo K per un serbatoio lineare, oppure il tempo di corrivazione t_c per un modello della corrivazione) un parametro di scala e uno o più parametri di forma. Il parametro di scala è dimensionale e rappresenta una misura della posizione dell'IUH sull'asse dei tempi. Il parametro di scala più comunemente adoperato è l'ascissa del baricentro della figura compresa tra il grafico dell'IUH e l'asse delle ascisse. I parametri di forma sono rapporti adimensionali tra parametri dimensionalmente omogenei. Il massimo numero dei parametri di forma i cui valori si possono assegnare arbitrariamente (entro certi limiti propri del tipo di modello) e indipendentemente dai valori assegnati agli altri parametri è inferiore di un'unità al numero dei parametri del tipo di

modello considerato. Nel caso del modello del serbatoio lineare il parametro di scala coincide con la costante di tempo K , che è l'unico parametro del modello e rappresenta anche l'ascissa del baricentro. Quindi il modello è completamente individuato da un parametro di scala. Come si vedrà più avanti, anche per il serbatoio lineare si possono introdurre dei parametri di forma, che però assumono un valore costante, e quindi possono servire a caratterizzare il modello del serbatoio lineare rispetto ad altri tipi di modello, ma non a caratterizzare un serbatoio lineare rispetto ad altri serbatoi lineari. Nel caso del modello costituito da un canale lineare (con ritardo s) e da un serbatoio lineare (con costante di tempo K) in serie, il parametro di scala, vale a dire l'ascissa del baricentro t_b , è dato da:

$$t_b = s + K$$

Come parametro di forma si può assumere il rapporto

$$r = \frac{s}{K}$$

tra il ritardo del canale lineare e la costante di esaurimento del serbatoio. Il parametro di forma può chiaramente assumere qualunque valore non negativo. Diventa uguale a zero quando il ritardo è uguale a zero, vale a dire quando il modello si riduce a un serbatoio lineare.

Nel caso del modello di Nash il parametro di scala è

$$t_b = n \cdot K$$

Come parametro di forma si può assumere direttamente il parametro n , che è già adimensionale.

Nel caso del triangolo laminato il parametro di scala è, indicando con t_c il tempo di corrvazione (lunghezza della base del triangolo che rappresenta la curva di concentrazione normalizzata) e con K la costante di esaurimento del serbatoio lineare,

$$t_b = \frac{t_c}{2} + K$$

Come parametro di forma si può assumere il rapporto

$$r = \frac{t_c}{K}$$

Nel caso del rettangolo laminato, infine, il parametro di scala è ancora, indicando con t_c il tempo di corrivazione (lunghezza della base del rettangolo che rappresenta la curva di concentrazione normalizzata) e con K la costante di esaurimento del serbatoio lineare,

$$t_b = \frac{t_c}{2} + K$$

e come parametro di forma si può ancora assumere il rapporto

$$r = \frac{t_c}{K}$$

Per poter confrontare tra loro modelli di tipo diverso conviene utilizzare parametri di scala e di forma che abbiano sempre lo stesso significato. Per quanto riguarda il parametro di scala il problema non esiste: come si è visto sopra, come parametro di scala si utilizza sempre l'ascissa del baricentro, che ovviamente ha sempre lo stesso significato. Il problema si pone invece per i parametri di forma, che negli esempi sopra riportati hanno chiaramente significati che variano da un caso all'altro. Per uniformare i parametri di forma si fa ricorso ai momenti della figura compresa tra il grafico dell'IUH e l'asse delle ascisse: il momento del primo ordine H_1' calcolato rispetto all'asse delle ordinate (che coincide con l'ascissa del baricentro) e i momenti H_2, H_3, \dots, H_r calcolati rispetto all'asse verticale passante per il baricentro della figura. In questa nuova rappresentazione indichiamo con

$$m_1 = H_1'$$

il parametro di scala e con m_2, m_3, \dots, m_r i parametri di forma, che assumiamo coincidenti con i momenti adimensionali

$$m_2 = \frac{H_2}{H_1'^2}$$

$$m_3 = \frac{H_3}{H_1'^3}$$

$$m_r = \frac{H_r}{H_1^r}$$

Ovviamente esistono delle precise relazioni tra i parametri di forma introdotti in precedenza e quelli rappresentati dai momenti adimensionali. Poiché il numero dei momenti dell'IUH che si possono prendere in considerazione è illimitato, è illimitato anche il numero dei parametri di forma che si possono utilizzare. Però il numero dei parametri di forma che possono assumere valori diversi e indipendenti tra loro, passando da un modello a un altro dello stesso tipo, è di un'unità inferiore al numero totale dei parametri del modello. Nel caso del serbatoio lineare, essendo

$$H_1' = K$$

$$H_2 = K^2$$

$$H_3 = 2K^3$$

il solo momento H_1' può assumere valori tra loro diversi. I momenti adimensionali m_2 ed m_3 assumono invece i valori costanti

$$m_2=1; m_3=2$$

La costanza dei due parametri di forma rispecchia il fatto che la forma non cambia da un serbatoio all'altro, appunto perché basta un solo parametro, quello di scala, a individuare completamente il modello.

Nel caso del modello costituito da un canale lineare (con ritardo s) e da un serbatoio lineare (con costante di tempo K) in serie, i momenti adimensionali m_2 ed m_3 sono legati al parametro r (rapporto tra il ritardo del canale lineare e la costante di esaurimento del serbatoio lineare) dalle relazioni:

$$m_2 = \frac{1}{(r+1)^2}$$

$$m_3 = \frac{2}{(r+1)^3}$$

Nel caso del modello di Nash, i momenti adimensionali m_2 ed m_3 sono legati al parametro n (numero dei serbatoi) dalle relazioni:

$$m_2 = \frac{1}{n}$$

$$m_3 = \frac{2}{n^2}$$

Nel caso del triangolo laminato i momenti adimensionali m_2 ed m_3 sono legati al parametro r (rapporto tra il tempo di corrivazione e la costante di tempo del serbatoio lineare) dalle relazioni:

$$m_2 = \frac{\frac{r^2}{24} + 1}{\left(\frac{r}{2} + 1\right)^2}$$

$$m_3 = \frac{2}{\left(\frac{r}{2} + 1\right)^3}$$

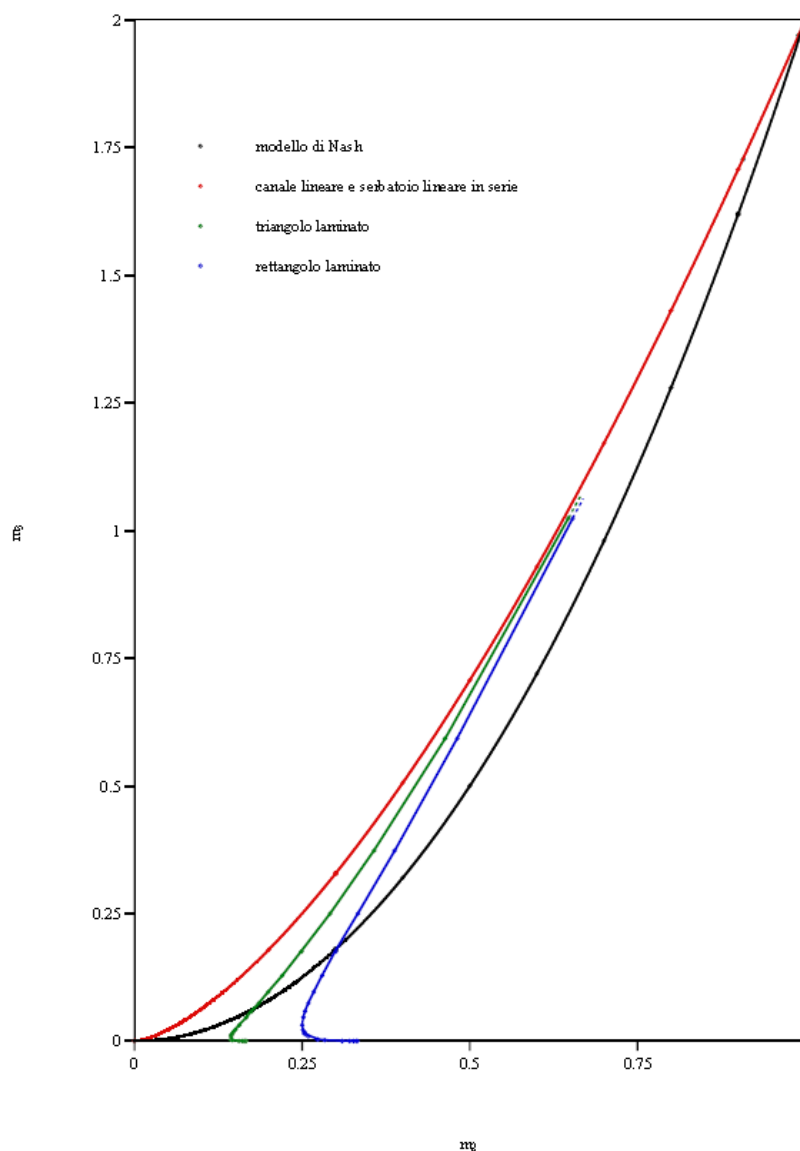
Nel caso del rettangolo laminato, infine, i momenti adimensionali m_2 ed m_3 sono legati al parametro r (rapporto tra il tempo di corrivazione e la costante di tempo del serbatoio lineare) dalle relazioni:

$$m_2 = \frac{\frac{r^2}{12} + 1}{\left(\frac{r}{2} + 1\right)^2}$$

$$m_3 = \frac{2}{\left(\frac{r}{2} + 1\right)^3}$$

Considerando i momenti m_1, m_2, \dots, m_r a due a due si possono costruire dei grafici, che sono utili per confrontare tra loro modelli di tipo diverso e per confrontare gli IUH empirici con quelli teorici.

Il grafico più comunemente utilizzato è quello utilizzato da Nash nel suo lavoro fondamentale (1960), che pone in relazione i momenti adimensionali m_2 ed m_3 .

Grafico m_2 - m_3 (da Moisélo, 1995)

Nel grafico m_2 - m_3 a ogni tipo di modello corrisponde una particolare figura geometrica. Al modello del serbatoio lineare, che è individuato da un solo parametro, corrisponde un punto, di coordinate (1, 2). Ai modelli individuati da due parametri, invece, corrisponde una linea. Al modello costituito da un serbatoio lineare e da un canale lineare in serie e al modello di Nash (o modello Gamma) corrisponde una curva, che in entrambi i casi parte dall'origine, arriva al punto di coordinate (1, 2) ed è concava verso l'alto. Le curve dei due modelli delimitano una zona piuttosto ristretta, dalla caratteristica forma di falce. Anche al modello del triangolo laminato e a quello del rettangolo laminato corrisponde una curva, che parte dal punto di coordinate (1, 2), a cui corrisponde il valore zero del parametro r (per r uguale a zero il modello si riduce in entrambi i casi al solo serbatoio lineare), e arriva all'asse delle ascisse per r uguale a infinito. (La curva ha un andamento particolare,

perché presenta in entrambi i casi un valore minimo di m_2 , che risulta superiore a zero, in corrispondenza di un valore di m_3 anch'esso superiore a zero. Al tendere di r a infinito m_3 tende a zero, ma m_2 tende a $1/6$ nel caso del triangolo laminato e a $1/3$ nell'altro caso. Il fatto comunque non ha rilevanza pratica, perché i valori di r risultano generalmente inferiori a quello per cui si ha il minimo. I modelli individuati da tre o più parametri sono rappresentati invece da zone del piano di area finita. In particolare, alle serie di tre, quattro o più serbatoi lineari tra loro diversi sono rappresentate da parti della zona a forma di falce delimitata dalla curva del modello Gamma e da quella del serbatoio lineare e del canale lineare in serie tra loro. Alla serie di due serbatoi lineari tra loro diversi, che è individuata da due soli parametri, corrisponde invece una curva, che va dal punto di coordinate (1, 2) a un punto della curva del modello Gamma.

L'uso del grafico m_2 - m_3 ha permesso a Nash di mostrare che la variabilità di forma dell'IUH permessa dal modello Gamma (al quale corrisponde una curva) non è molto più limitata di quella del modello costituito da una generica serie di serbatoi lineari diversi (al quale corrisponde la zona a forma di falce). Il grafico m_2 - m_3 permette di confrontare, entro certi limiti, l'attitudine di diversi tipi di modello a riprodurre correttamente la trasformazione della pioggia netta in deflusso di pioggia per un dato bacino, o meglio per un dato gruppo di bacini idrologicamente simili (Dooge, 1977). Dagli ietogrammi della pioggia netta e dagli idrogrammi corrispondenti del deflusso di pioggia si ricavano le stime dei momenti dell'IUH del bacino considerato (a causa delle diverse e larghe approssimazioni insite nella rappresentazione della formazione del deflusso di pioggia per mezzo di un IUH, è bene utilizzare le osservazioni corrispondenti a più eventi) e dai momenti si ricavano le stime dei momenti adimensionali m_2 ed m_3 . Ogni bacino può così essere rappresentato nel grafico m_2 - m_3 con un punto. Il tipo di modello migliore è quello per il quale risulta migliore l'aderenza tra la curva (o zona) teorica corrispondente e l'insieme dei punti sperimentali.

3.8 Analisi di sensibilità sui parametri del modello di Nash

Premessa:

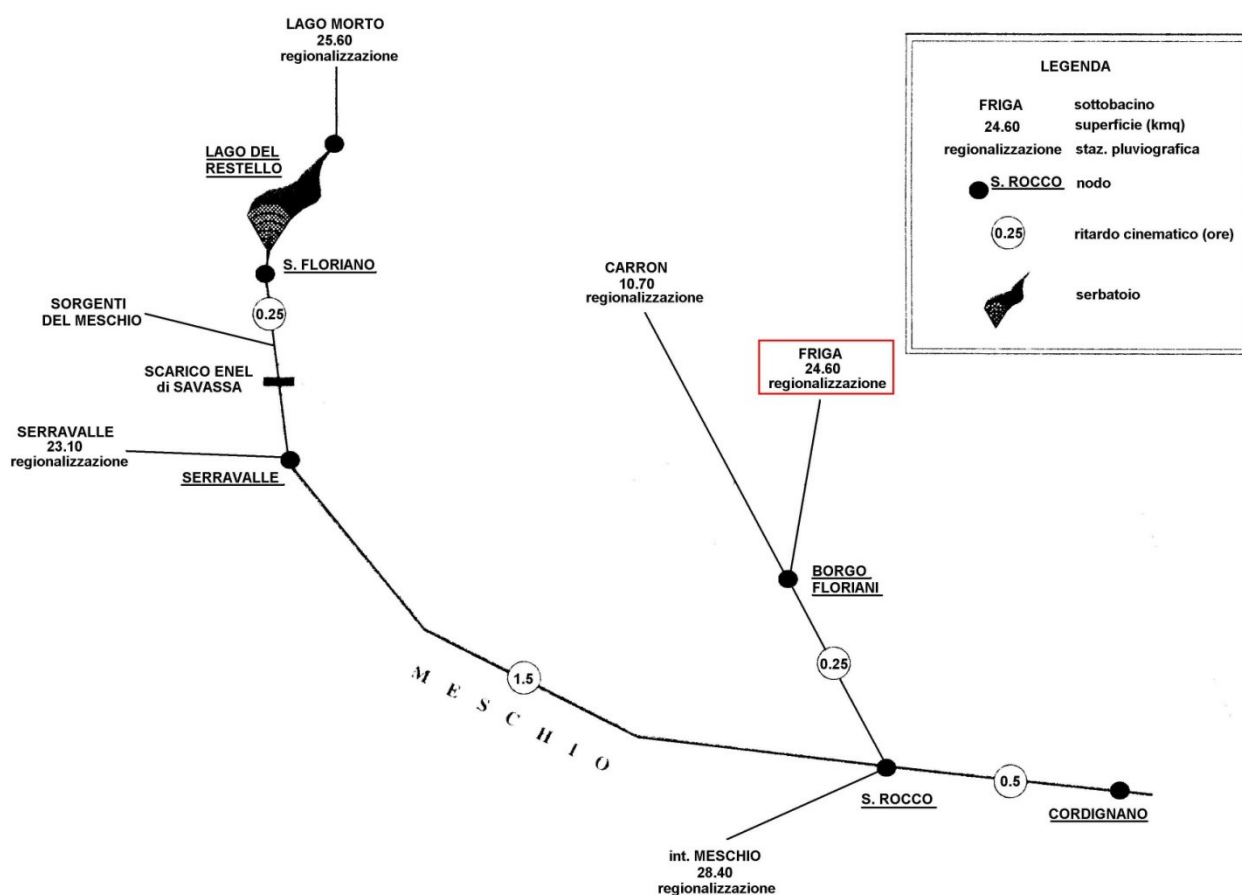
Nel presente paragrafo viene svolta una analisi di sensibilità sui parametri del modello di Nash, per esaminare la loro influenza sulla risposta idrologica. Tale analisi viene svolta a partire da un caso pratico di studio, il bacino idrografico del torrente Friga in provincia di Treviso.

Questo corso d'acqua fa parte del bacino idrografico del fiume Meschio, affluente in destra idrografica del fiume Livenza. Per effettuare l'analisi di sensibilità sono stati utilizzati i dati (pluviometrici e morfometrici) raccolti in uno studio idrologico del fiume Meschio realizzato alcuni anni fa.

Si tratta di uno studio idrologico redatto nel 1996 dal prof. Luigi D'Alpaos, docente di Idrodinamica Applicata presso l'Università degli studi di Padova, su incarico della Provincia di Treviso, nell'ambito degli studi finalizzati alla redazione di un Piano ambientale del fiume Meschio.

Lo studio si è concretizzato, tra l'altro, nello sviluppo di un modello idrologico per la trasformazione degli afflussi in deflussi, grazie al quale è stato possibile ricavare gli idrogrammi di piena del fiume Meschio e dei principali affluenti, tra cui il torrente Friga (vedi schema grafico). Il modello idrologico non è stato tarato, per cui in assenza di taratura i parametri caratteristici del modello sono stati assunti sulla base dell'esperienza, adottando valori caratteristici in bacini idrologicamente simili.

L'analisi di sensibilità mira pertanto a verificare in che misura i parametri n e K del modello di Nash possono influenzare la risposta idrologica, ovvero come sarebbe potuto variare l'idrogramma di piena generato dal modello per il bacino oggetto di studio, per effetto di una modifica nella assegnazione di questi parametri.

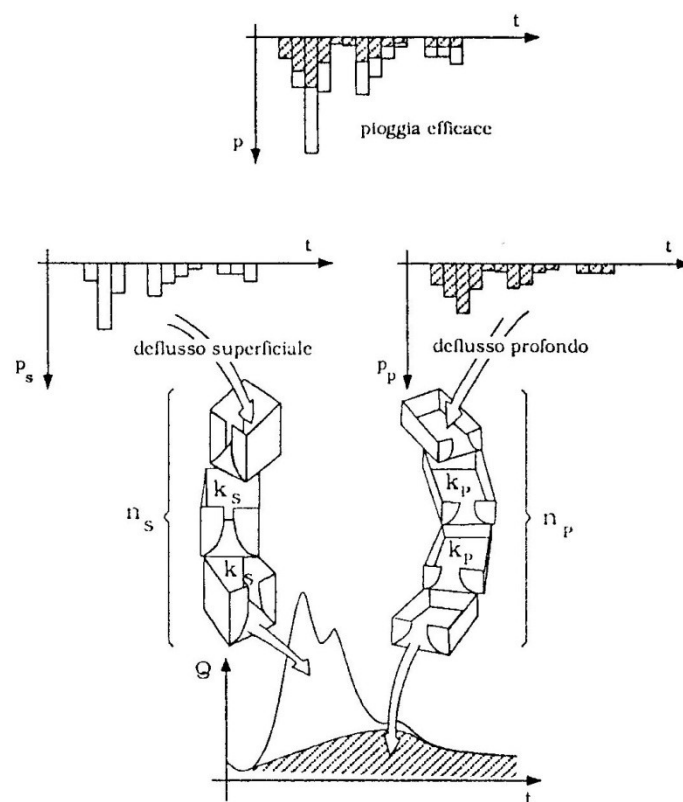


Bacino del Meschio: schema della rete idrografica (D'Alpaos, 1996)

Descrizione del modello idrologico del fiume Meschio sviluppato dal prof. D'Alpaos:

Il modello idrografico consiste essenzialmente in un modello concettuale di tipo lineare e invariante, analogo al modello idrologico di Nash.

Il modello considera, oltre al contributo dei deflussi superficiali alla formazione dell'onda di piena, anche quello derivante dai deflussi profondi, mediante uno schema di calcolo nel quale la cascata di serbatoi in serie che simula il contributo dato dal deflusso superficiale viene accoppiata in parallelo con la cascata di serbatoi che simula il contributo dato dal deflusso profondo, secondo lo schema seguente:



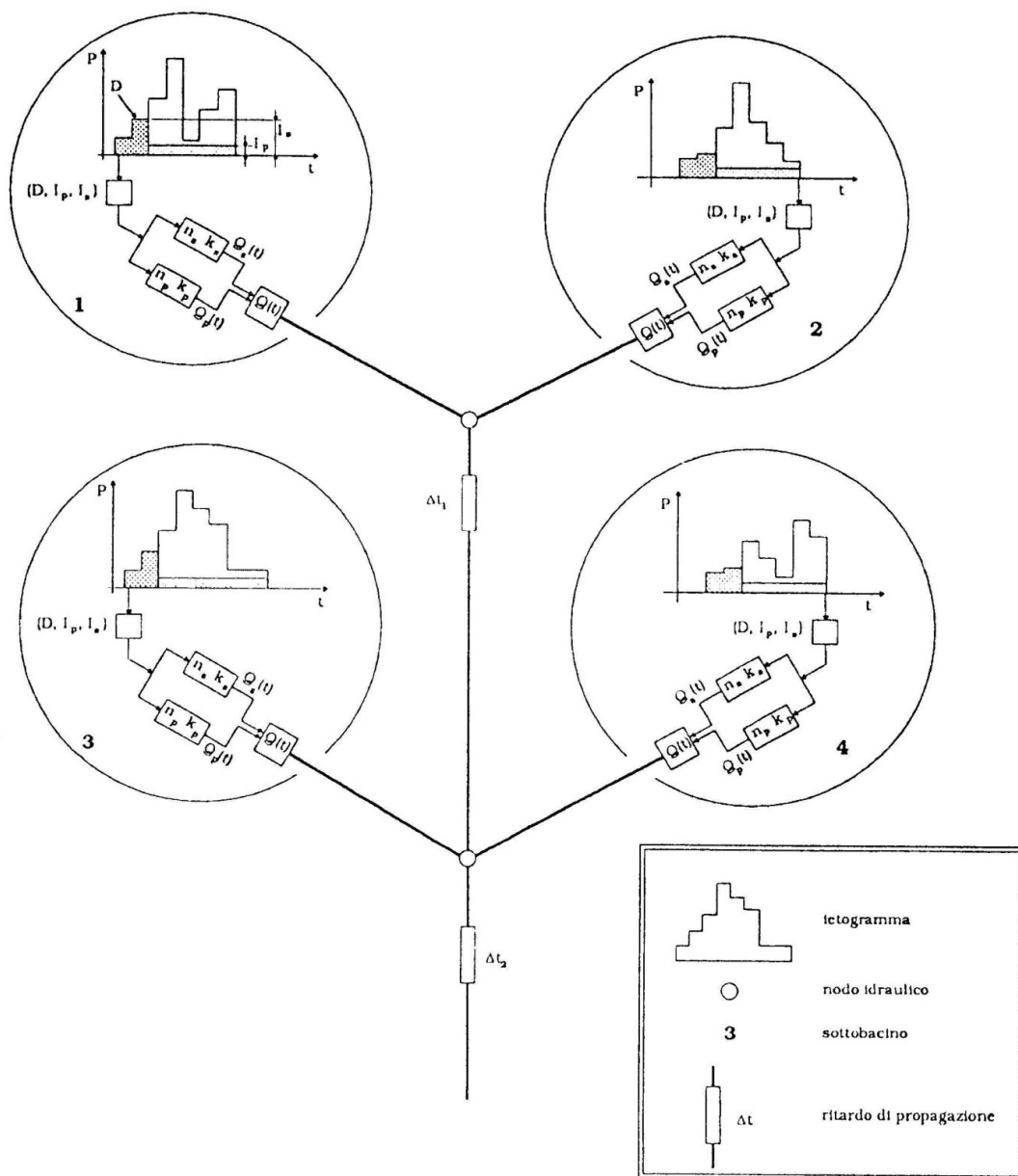
n numero di serbatoi

k tempo di vuotamento del generico serbatoio con: $V = k Q$

$t_c = (n-1) k$

Schema del modello idrologico (D'Alpaos 1996)

Il bacino idrografico del fiume Meschio è stato suddiviso in sottobacini, all'interno dei quali è applicato il modello idrologico appena descritto (vedi schema seguente). La sezione di chiusura di ogni sottobacino idrografico è rappresentata da un nodo, e ogni sottobacino è separato dal successivo da un tratto di asta idrografica. L'idrogramma di piena uscente da ogni sottobacino è stato quindi sommato agli altri (sfruttando le proprietà caratteristiche dei sistemi lineari) tenendo conto di opportuni ritardi cinematici dovuti al tempo di traslazione dell'onda di piena lungo l'asta idrografica che separa il bacino considerato con il successivo.

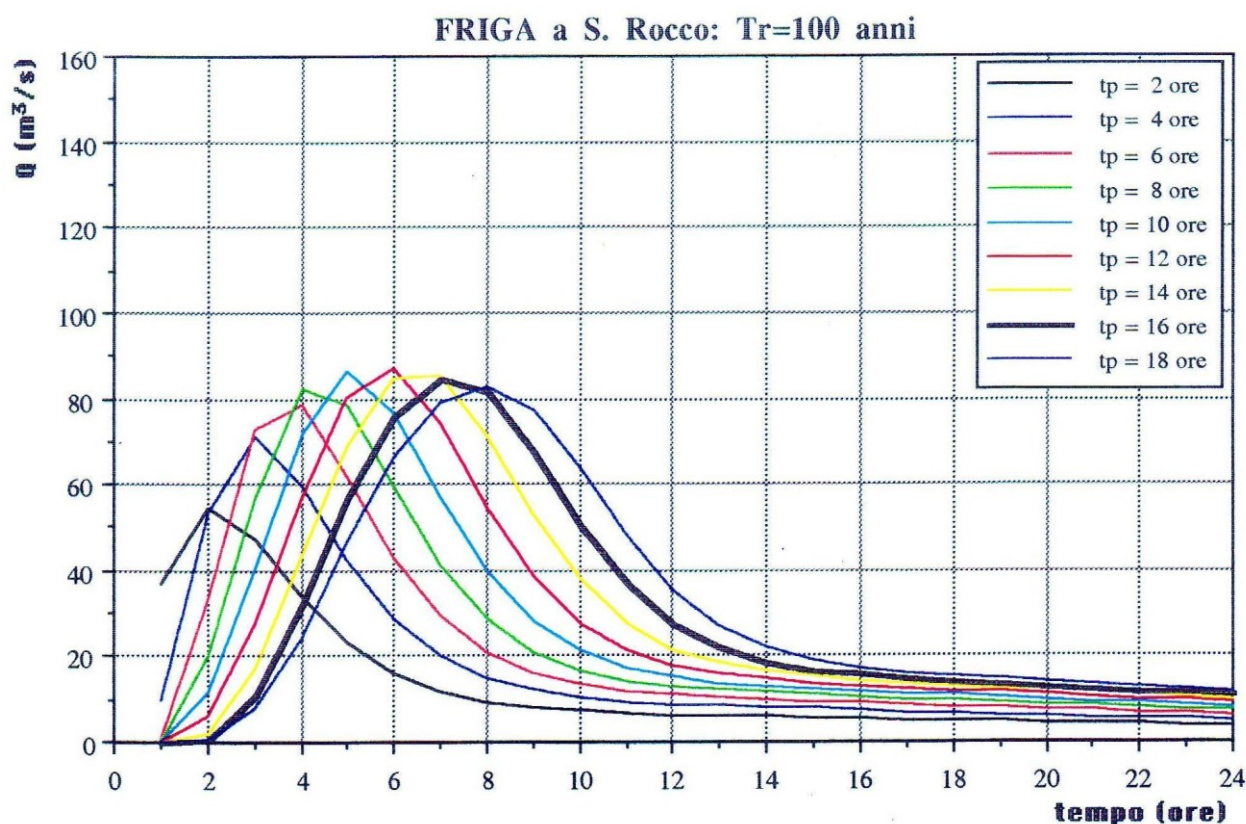


Schema del modello idrologico applicato a più sottobacini (D'Alpaos, 1996)

Per i vari sottobacini sono stati ricavati gli idrogrammi di piena per diversi tempi di ritorno, 10 50 e 100 anni, e per diverse durate di pioggia (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 e 18 ore). In tale modo è stato

possibile individuare la durata di pioggia più critica per le sezioni in esame, ovvero la durata di pioggia in grado di generare il massimo valore di portata di picco.

Nel grafico seguente sono riportati alcuni dei risultati ottenuti per il bacino del torrente Friga.



Idrogrammi di piena calcolati per il torrente Friga, al variare della durata di precipitazione (D'Alpaos, 1996)

L'evento critico generato nel bacino idrografico, risulta avere, per un tempo di ritorno pari a 100 anni e una durata di pioggia t_p pari a 12 ore, un valore al colmo pari a $83.5 \text{ m}^3/\text{s}$.

Come già accennato, il bacino scelto per l'analisi di sensibilità è il bacino del torrente Friga, pertanto in seguito verranno riportate solo le considerazioni svolte nello studio di D'Alpaos riguardanti tale bacino.

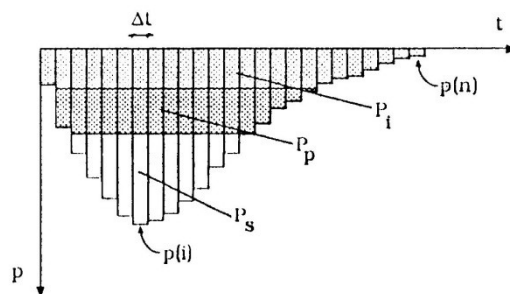
Inoltre, per semplicità l'analisi di sensibilità è stata svolta solo sulla parte superficiale dei deflussi, quindi solo sulla variazione dei parametri n_s e K_s e i conseguenti effetti sull'IUH superficiale e sui deflussi superficiali.

Bacino	Superficie (km ²)	Lunghezza (km)	H _m (m s.m.m.)	Ho (m s.m.m.)	t _c (ore) (Giandotti)	t _s (ore)	n _s	Øt	Øs
Friga	24.60	8.25	600	80	1.77	1.75	2.5	0.40	0.20

In tabella sono riportati i parametri morfometrici caratteristici del bacino: la superficie S (in km²), la lunghezza dell'asta principale L (in km), la altitudine media H_m (in m s.m.m.), il tempo di corrivazione t_c (in ore) calcolato con la formula di Giandotti, e i valori del tempo al colmo dell'idrogramma unitario adottato per il deflusso superficiale (t_s, in ore). Il valore del tempo di t_s è stato assunto pari al tempo di corrivazione T_c. Inoltre nella stessa tabella sono riportati i parametri idrologici caratteristici del modello di Nash, ovvero il numero di serbatoi n_s relativo al deflusso superficiale. L'altro parametro caratteristico del modello di Nash, la costante di invaso K_s relativa al deflusso superficiale, è stata ricavata dalla relazione determinata da Nash (1960), che lega il tempo al colmo dell'idrogramma unitario al numero di serbatoi n:

$$K = \frac{t_c}{n - 1}$$

Per quanto riguarda la determinazione della pioggia efficace è stato utilizzato il metodo del coefficiente di deflusso.






$$P_T = \sum_{i=1}^n p(i) \cdot \Delta t$$

$$P_i = P_T (1 - C_D)$$

$$P_s = P_T C_s$$

$$P_p = P_T - P_s - P_i$$

-  precipitazione che alimenta il deflusso superficiale
-  precipitazione che alimenta il deflusso profondo
-  precipitazione che si infila nel terreno

Separazione della pioggia efficace: metodo del coefficiente di deflusso (da D'Alpaos, 1996)

Il metodo del coefficiente di deflusso (vedi schema), ricava la suddivisione tra deflusso superficiale e deflusso profondo operando sul volume totale di precipitazione registrata, in modo tale da individuare il volume totale destinato al deflusso superficiale sulla base del coefficiente di deflusso

\varnothing_s e quello destinato alla pioggia persa ai fini della formazione dell'onda di piena sulla base del coefficiente \varnothing_t .

La tabella contiene i valori di \varnothing_t (0.40) e \varnothing_s (0.20), che rappresentano rispettivamente la frazione di pioggia totale (in volume) persa, ovvero non destinata al deflusso (superficiale o profondo), e la frazione destinata al solo deflusso superficiale.

Il volume da destinare al deflusso profondo viene quindi ricavato per differenza dai primi due volumi ricavati nel modo sopra descritto. Nella tabella seguente sono invece riportate le altezze di precipitazione in mm, relative ai sottobacini del fiume Meschio:

Bacino del fiume MESCHIO:
altezze di precipitazione in (mm) calcolate, secondo la regionalizzazione adottata,
al variare del tempo di ritorno (Tr) e della durata dell'evento meteorico (tp).

N. SOTTOBACINO	SEZIONE DI CHIUSURA	T r (anni)	durata dell'evento meteorico (tp in ore)								
			2	4	6	8	10	12	14	16	18
1 LAGO MORTO	S. Flonano	10	66,5	88,4	104,3	117,4	128,7	138,6	147,7	156,0	163,7
		50	88,0	116,9	138,1	155,4	170,3	183,5	195,4	206,4	216,6
		100	97,1	129,0	152,3	171,4	187,8	202,4	215,6	227,8	239,0
2 SERRAVALLE	Serravalle	10	66,5	88,4	104,3	117,4	128,7	138,6	147,7	156,0	163,7
		50	88,0	116,9	138,1	155,4	170,3	183,5	195,4	206,4	216,6
		100	97,1	129,0	152,3	171,4	187,8	202,4	215,6	227,8	239,0
3 int. MESCHIO	S. Rocco	10	66,5	88,4	104,3	117,4	128,7	138,6	147,7	156,0	163,7
		50	88,0	116,9	138,1	155,4	170,3	183,5	195,4	206,4	216,6
		100	97,1	129,0	152,3	171,4	187,8	202,4	215,6	227,8	239,0
4 CARRON	Borgo Floriani	10	66,5	88,4	104,3	117,4	128,7	138,6	147,7	156,0	163,7
		50	88,0	116,9	138,1	155,4	170,3	183,5	195,4	206,4	216,6
		100	97,1	129,0	152,3	171,4	187,8	202,4	215,6	227,8	239,0
5 FRIGA	Borgo Floriani	10	66,5	88,4	104,3	117,4	128,7	138,6	147,7	156,0	163,7
		50	88,0	116,9	138,1	155,4	170,3	183,5	195,4	206,4	216,6
		100	97,1	129,0	152,3	171,4	187,8	202,4	215,6	227,8	239,0

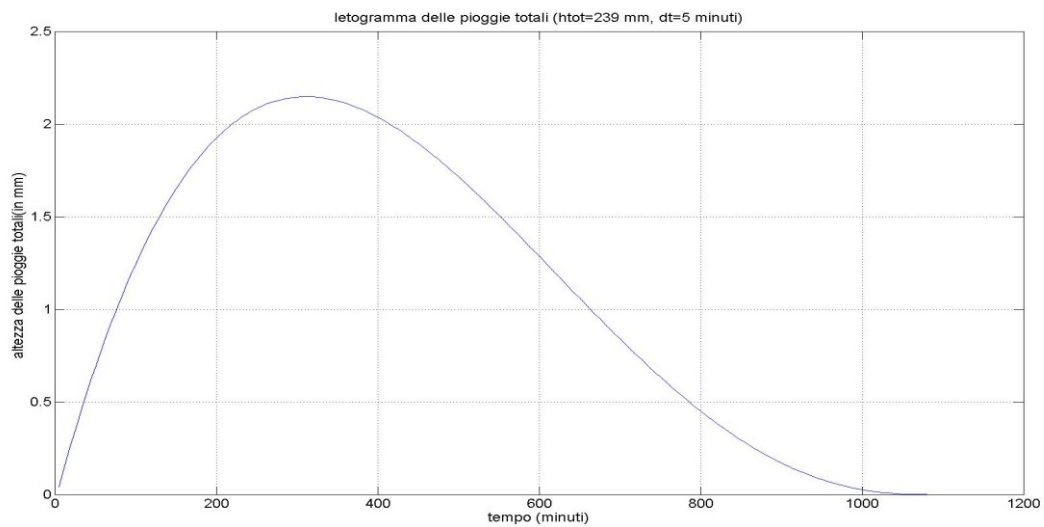
Altezze di precipitazione (mm) di pioggia totale (D'Alpaos, 1996)

Tali precipitazioni sono state calcolate al variare del tempo di ritorno ($T_r = 10, 50, 100$ anni) e al variare della durata del tempo di precipitazione (t_p), mediante un procedimento di regionalizzazione dei dati di pioggia.

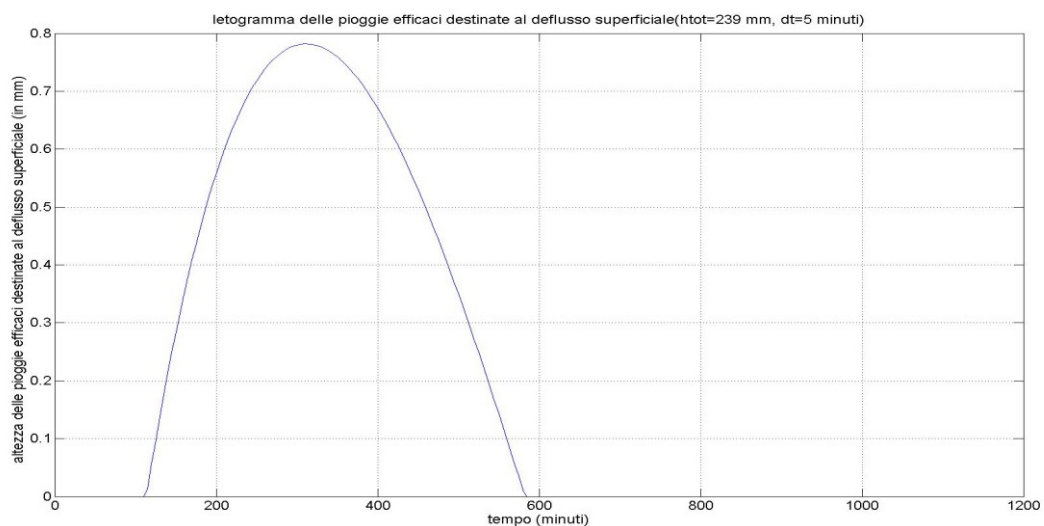
Per quanto riguarda la distribuzione dell'altezza di precipitazione h_{tot} all'interno dell'intervallo di pioggia t_p è stata adottata la distribuzione Beta, che in forma cumulata assume la seguente espressione:

$$\frac{h(t)}{h_{tot}} = 1 - \left(1 - \frac{t}{t_p}\right)^{3.5} \left(1 + 3.5 \frac{t}{t_p}\right)$$

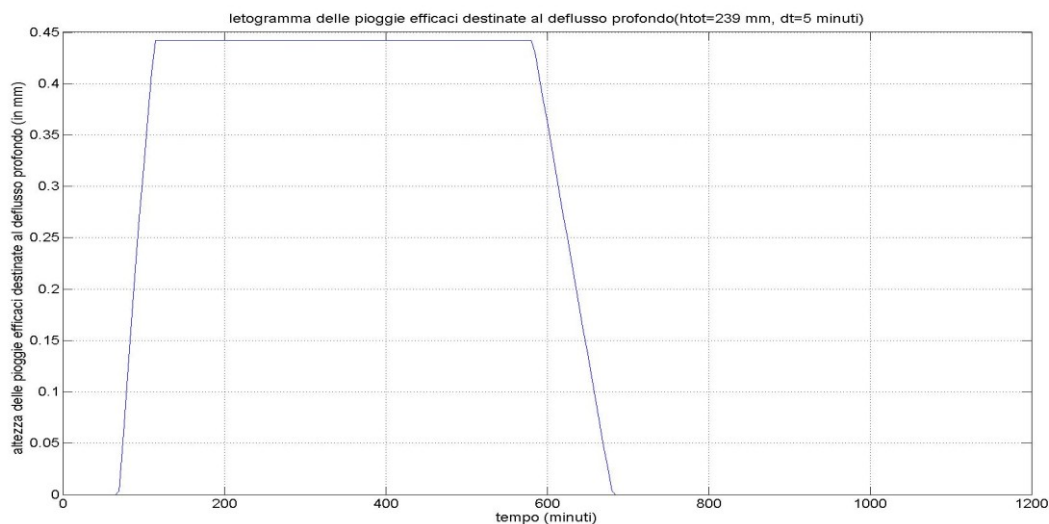
Come ietogramma di studio è stato adottato, per tutti i test eseguiti, lo stesso ricavato da D'Alpaos a partire dall'altezza di pioggia totale $h_{\text{tot}}=239.00$ mm (avente durata pari a 18 ore, tempo di ritorno $Tr=100$ anni), utilizzando la distribuzione Beta descritta in precedenza e relativa al bacino del torrente Friga Carron chiuso a Borgo Floriani. Gli ietogrammi così ottenuti, rispettivamente totale, superficiale e profondo, hanno il seguente andamento:



Ietogramma Totale (mm)



Ietogramma Superficiale (mm)



Ietogramma profondo (mm)

Analisi di sensibilità: descrizione delle fasi di lavoro:

Prima di tutto è stato scritto un modello idrologico analogo a quello sviluppato dal prof. D'Alpaos. Per la scrittura del codice di calcolo è stato utilizzato il programma MATLAB ver. 7.0. Nel corso dei vari test eseguiti il codice di calcolo è stato di volta in volta modificato per consentire l'esecuzione di simulazioni con variazioni simultanee di uno dei parametri oggetto dell'analisi di sensibilità (all'interno di un campo di variazione di valori esistenti in natura), mantenendo costanti gli altri.

Test eseguiti:

I parametri oggetto dell'analisi di sensibilità sono stati i seguenti:

- n_s , numero di serbatoi del deflusso superficiale;
- K_s , costante di invaso del deflusso superficiale;
- dt , passo temporale utilizzato per il calcolo.

In tabella sono stati riportati i valori di n_s , K_s , dt , utilizzati di volta in volta nei tre test di sensibilità:

Modello di Nash	K_s (minuti)	n_s	dt (minuti)
Test 1: n_s variabile	70.2	2:1:5.5	5
Test 2: K_s variabile	60:1:360	2.5	5
Test 3: dt variabile	70.2	2.5	1:1:60

- Per quanto riguarda il campo di variazione del parametro n_s , è stato scelto un intervallo di valori che fosse riscontrabile in natura. Pertanto si è scelto il range ricavato da Nash (1960) in seguito ad una indagine su circa 90 bacini idrografici britannici.
- Per quanto riguarda il campo di variazione del parametro " K_s ", invece, è stato scelto un campo di variazione che non rappresenta completamente il range di valori osservabili in natura, in quanto, come già osservato nel paragrafo 3.7 ("Parametri di forma") la costante di invaso " K " rappresenta nel modello di Nash il parametro di scala, ovvero il parametro che più influisce sull'ascissa del baricentro dell'idrogramma unitario istantaneo. Come confermato anche da Rosso (1984), in tale parametro vengono a sommarsi sia le componenti dinamiche che i contributi di non linearità che caratterizzano la risposta idrologica, pertanto esso è caratterizzato da forte variabilità, persino per un medesimo bacino in occasione di due eventi di piena tra loro distinti. Il test di sensibilità su tale parametro ha avuto quindi solo lo scopo di verificare la variazione della risposta idrologica al variare di tale parametro, all'interno di un range di " K " che però non è da considerarsi esaustivo dei valori osservati in natura.
- Per quanto riguarda invece il passo temporale di calcolo " dt " si è ritenuto di un certo interesse verificare se tale parametro possa, e se si in quale misura, influire sulla forma dell'IUH o dell'idrogramma di piena.

Per i tre test sono stati ricavati i seguenti grafici:

TEST n. 1: n_s variabile da 2 a 5.5 ($K_s=70.2$; $dt=5$ minuti)

GRAFICI:

1. Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali;
2. Idrogramma di piena della portata superficiale;
3. Variazione del picco del IUH superficiale;
4. Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ dei deflussi superficiali;
5. Variazione della portata superficiale al colmo;
6. Variazione del tempo di picco " t_{smax} ";
7. Rapporto adimensionale $Q_{maxs}/(\max Q_{maxs})$.

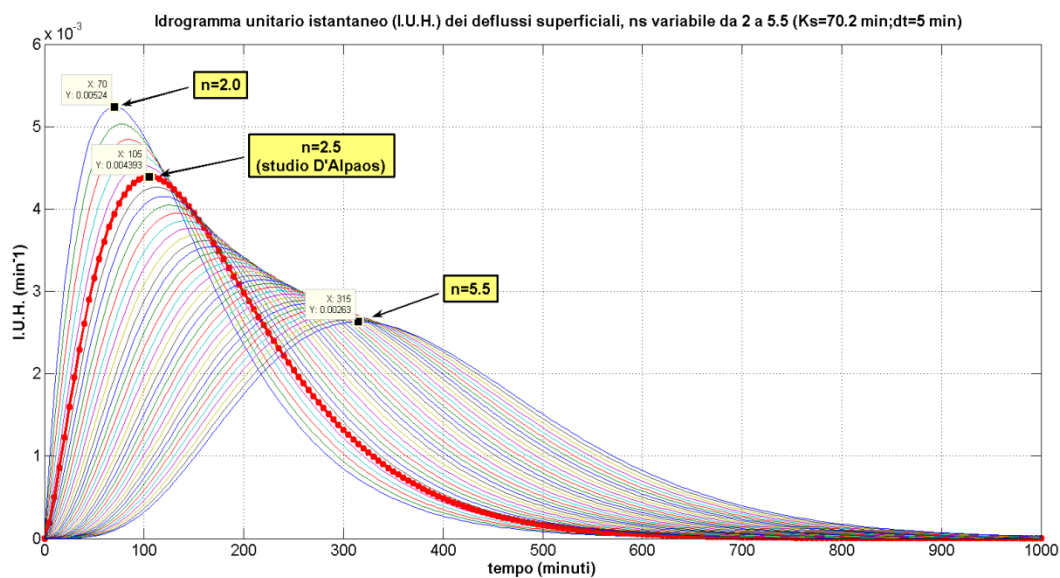
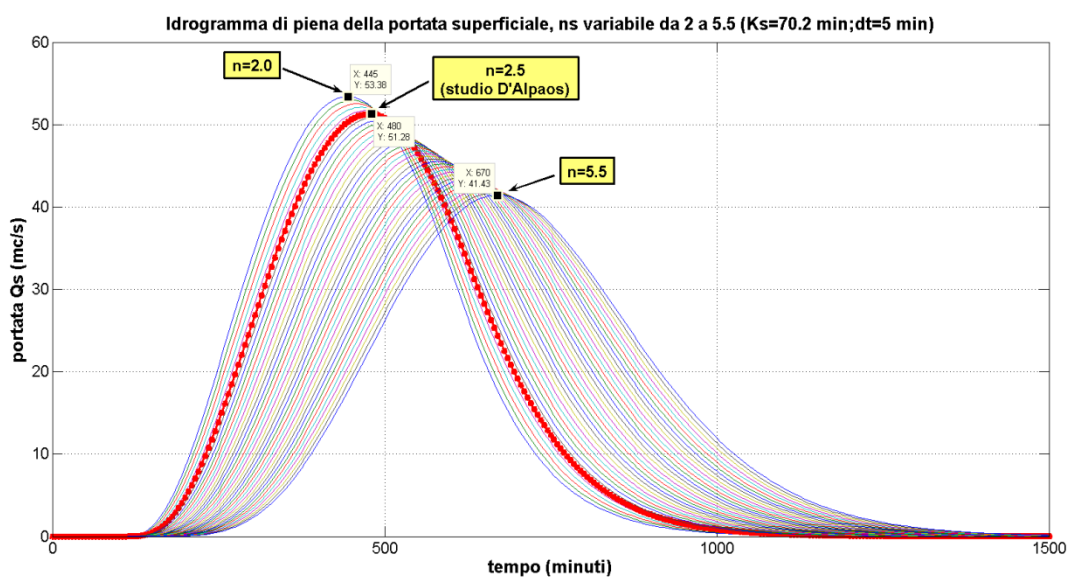
Grafico n. 1: Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali (n_s variabile)**Grafico n. 2: Idrogramma di piena della portata superficiale (n_s variabile)**

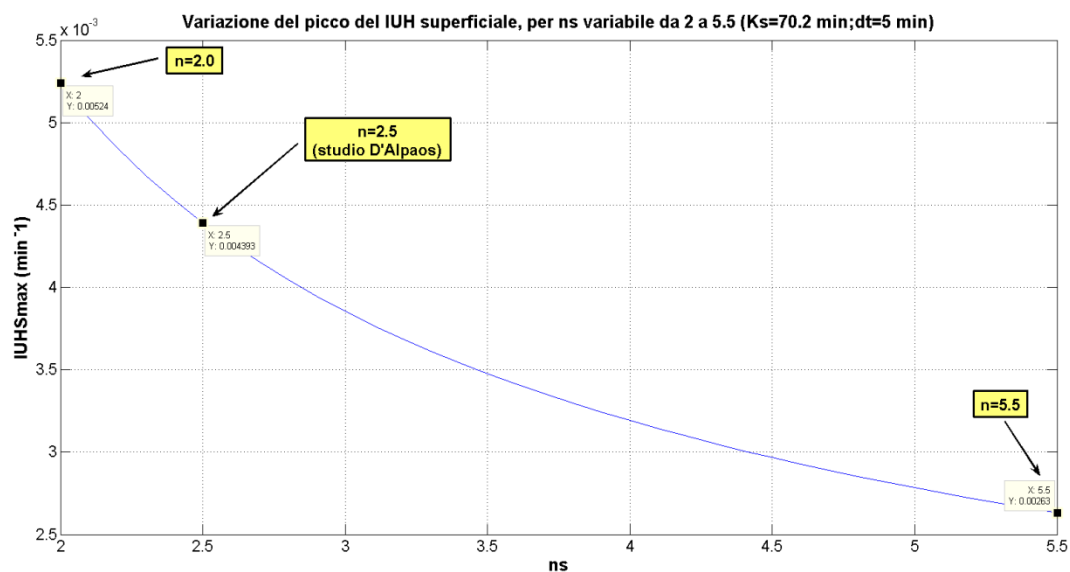
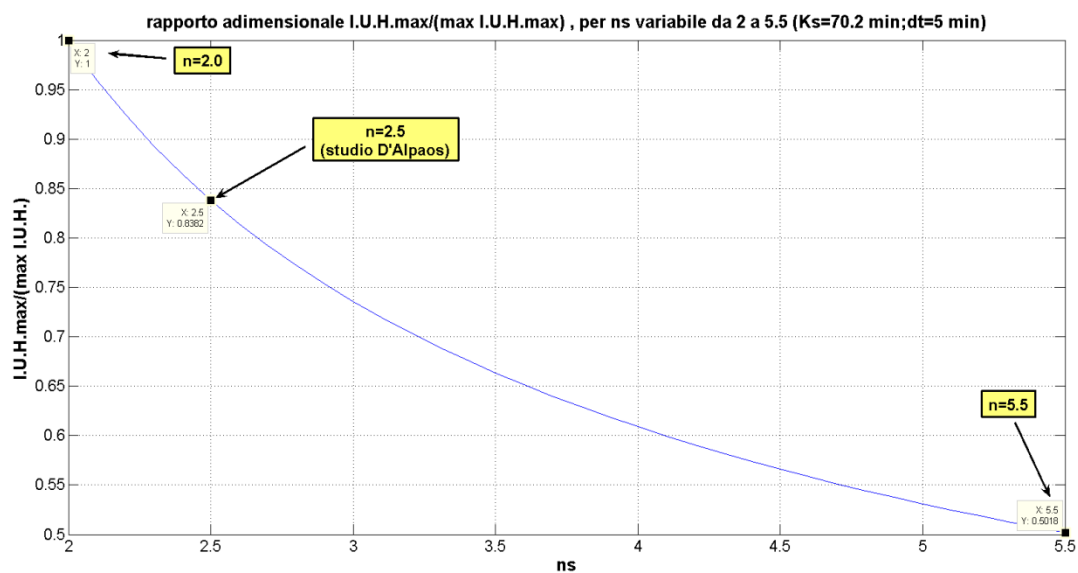
Grafico n. 3: Variazione del picco del IUH superficiale (n_s variabile)**Grafico n. 4: Rapporto $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ dei deflussi superficiali (n_s variabile)**

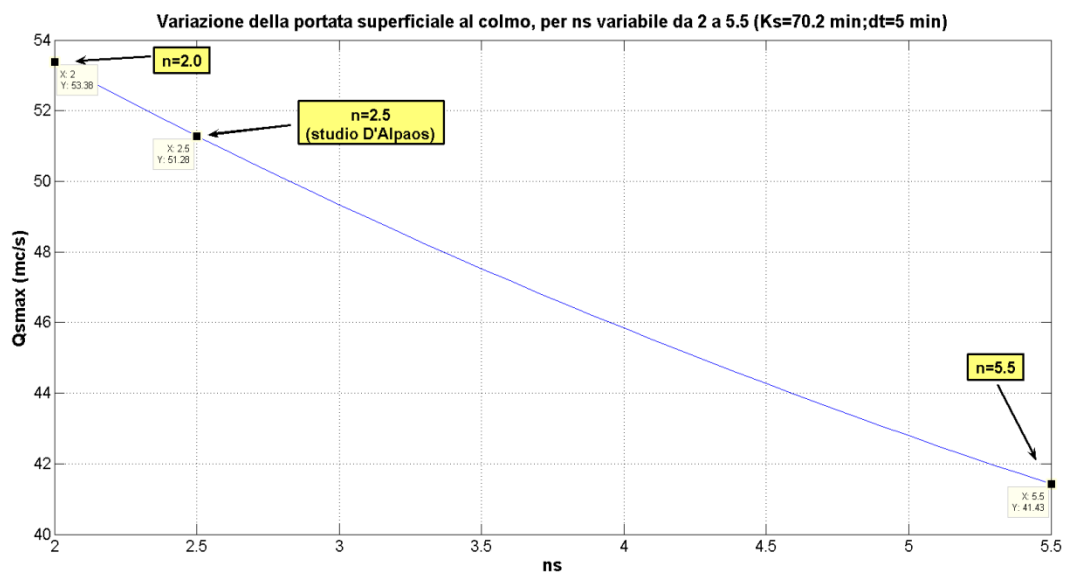
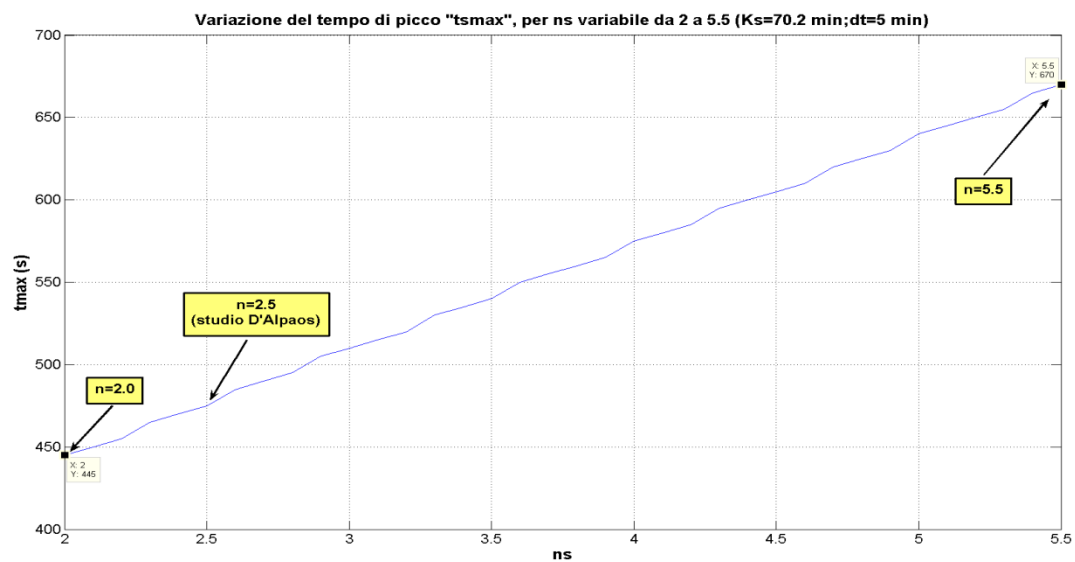
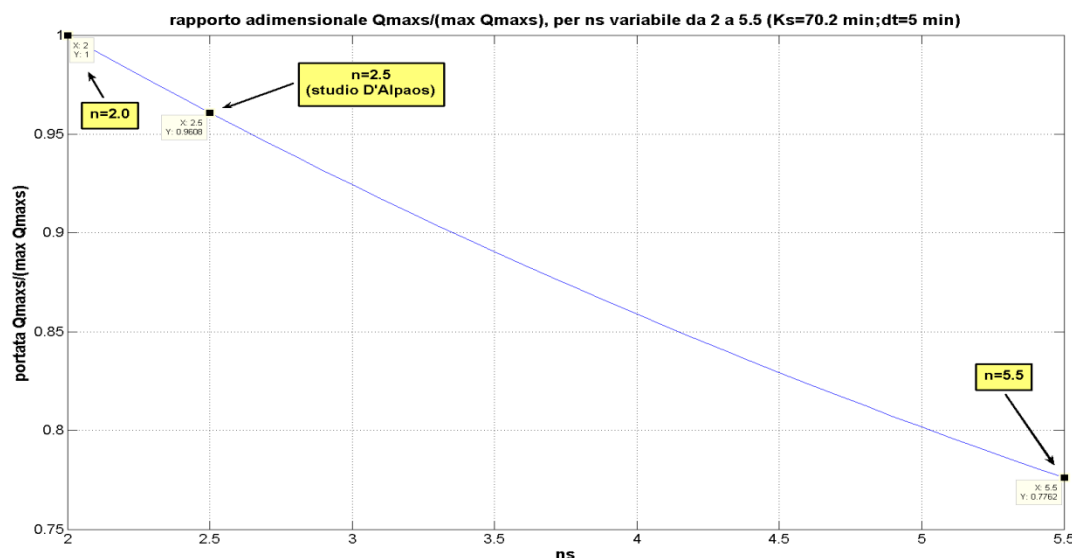
Grafico n. 5: Variazione della portata superficiale al colmo (n_s variabile)**Grafico n. 6: Variazione del tempo di picco " t_{smax} " (n_s variabile)**

Grafico n. 7: Rapporto $Q_{max}/(\max Q_{max})$ (n_s variabile)**Commento ai grafici relativi al test n. 1: n variabile tra 2 e 5.5**

All'aumentare di n_s diminuisce il valore di picco dell'IUH, mentre aumenta il valore del tempo di picco t_{max} , ovvero dell'istante in cui si verifica il valore massimo dell'IUH (grafico n.1).

Ciò a significare la notevole influenza del parametro n_s sulla forma della risposta all'impulso unitario.

Dall'esame dei grafici n. 1 e 6 è dunque possibile verificare che si passa da valori rispettivamente di IUH_{max} e t_{max} pari a 0.00524 min^{-1} e 70 min, per n_s pari a 2, a valori pari a 0.00263 min^{-1} e 315 min per n_s pari a 5.5.

La riduzione percentuale del valore di picco IUH_{max} risulta quindi dell'ordine del 50.1%. L'aumento percentuale del tempo di picco dell'IUH risulta pari al 450%.

L'aumento del numero di serbatoi, nel modello idrologico proposto da Nash, implica dunque un aumento dell'effetto di laminazione del bacino, che si traduce in un effetto di dilatazione temporale della risposta idrologica e in una riduzione del valore al colmo. Ciò risulta evidente anche nella forma dell'idrogramma di piena (grafici n. 2, 5, 6 e 7).

Si verifica una diminuzione della portata massima, oltre che un appiattimento sull'asse temporale della forma a campana descritta dall'idrogramma.

La portata massima passa da un valore pari a $53.4 \text{ m}^3/\text{s}$ per $n_s=2$ a un valore di $41.4 \text{ m}^3/\text{s}$, per $n_s=5.5$. Il rapporto adimensionale tra la portata di picco (" Q_{max} ") e il valore massimo tra le portate di picco (" $\max Q_{max}$ ") assume un valore pari a 1 per $n_s=2$ e decresce linearmente fino ad assumere un

valore pari a circa 0.77 per $n_s = 5.5$. Ciò significa che il valore della portata al colmo si riduce di circa il 23%, nel campo di variazione di n_s indagato.

Il tempo di picco t_{max} passa da un valore di 445 minuti, per $n_s = 2$ a un valore pari a 670 minuti per $n_s = 5.5$, con un aumento percentuale del 150%.

I grafici n. 3 e n. 4 consentono di apprezzare come l'influenza della variazione di "n" sul valore di picco dell'IUH sia molto più bassa per alti valori di "n". Infatti la pendenza di entrambe le curve tende a decrescere con andamento esponenziale fino a raggiungere valori molto bassi tendenti all'orizzontale per n compresi tra 4 e 5.5. In altre parole la derivata prima della funzione tende a diminuire in valore assoluto. Ciò significa che a parità di variazione del parametro "n" si avrà una corrispondente minore variazione del valore di picco dell'IUH nella fascia medio alta della serie di "n" presa in esame, rispetto a quella che si avrebbe per una medesima variazione nel range di valori di "n" medio bassi. Tale comportamento è facilmente spiegabile anche da un punto di vista qualitativo osservando in figura 1 come si modifica la forma a campana della curva dell'IUH. All'aumentare di "n" infatti la forma a campana tende a dilatarsi sull'asse dei tempi. Considerando che il volume di afflusso superficiale in gioco rimane costante, in quanto l'IUH consiste nella risposta impulsiva ad un volume di pioggia unitario, ad un incremento significativo della dilatazione della curva sull'asse delle ascisse all'aumentare di "n" è richiesto, al fine di garantire lo stesso volume unitario, una diminuzione proporzionalmente inferiore del valore di picco dell'IUH.

Infine il comportamento appena descritto per la curva dell'IUH risulta essere molto meno evidente nel caso della curva che rappresenta l'idrogramma di piena. Infatti i grafici n. 5, 6 e 7 mostrano per la variazione con "n" della portata al colmo e del tempo di picco andamenti quasi lineari.

TEST n. 2: K_s variabile da 60 a 360 minuti ($n_s=2.5$; $dt=5$ min)

GRAFICI

1. Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali;
2. Idrogramma di piena della portata superficiale;
3. Variazione del picco del IUH superficiale;
4. Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ dei deflussi superficiali;
5. Variazione della portata superficiale al colmo;
6. Variazione del tempo di picco " t_{smax} ";
7. Rapporto adimensionale $Q_{maxs}/(\max Q_{maxs})$.

Grafico n. 1: Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali (K_S variabile)

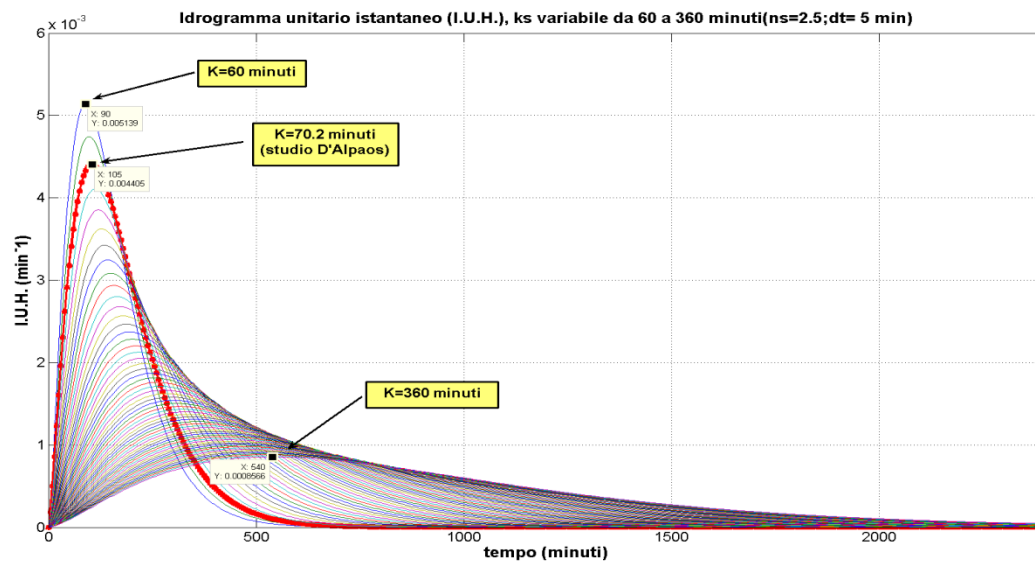


Grafico n. 2: Idrogramma di piena della portata superficiale (K_S variabile)

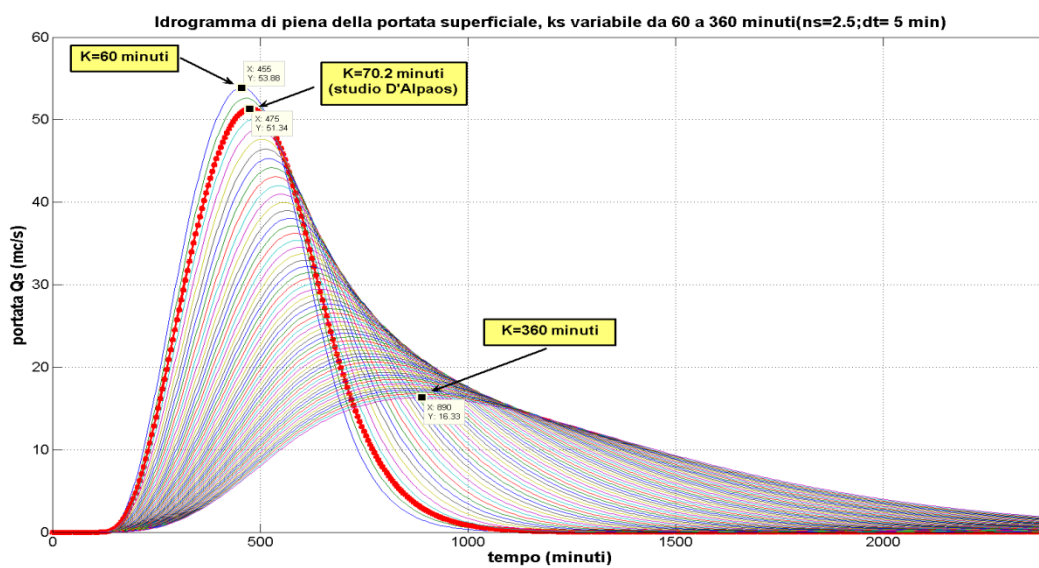


Grafico n. 3: Variazione del picco del IUH superficiale (K_S variabile)

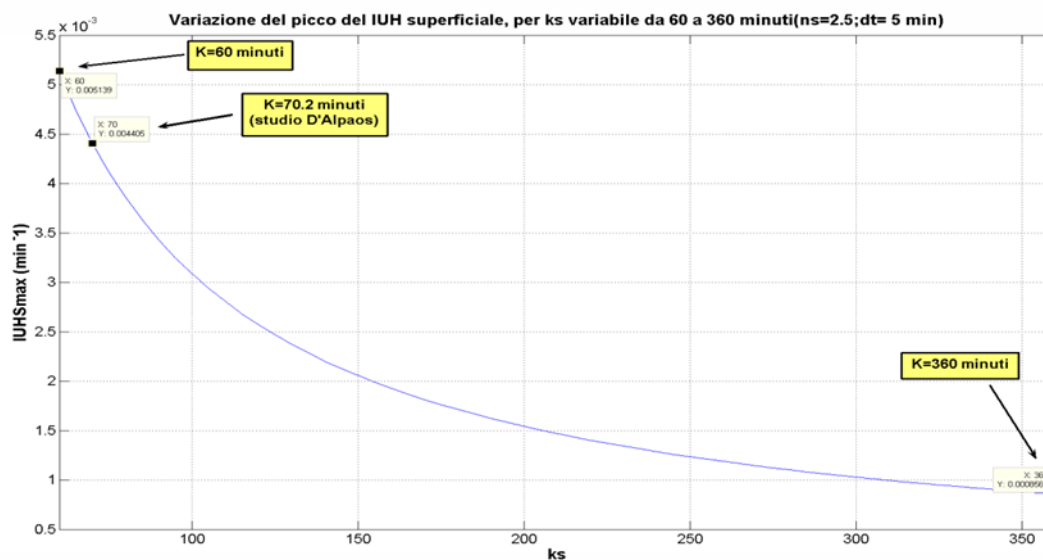


Grafico n. 4: Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ (K_S variabile)

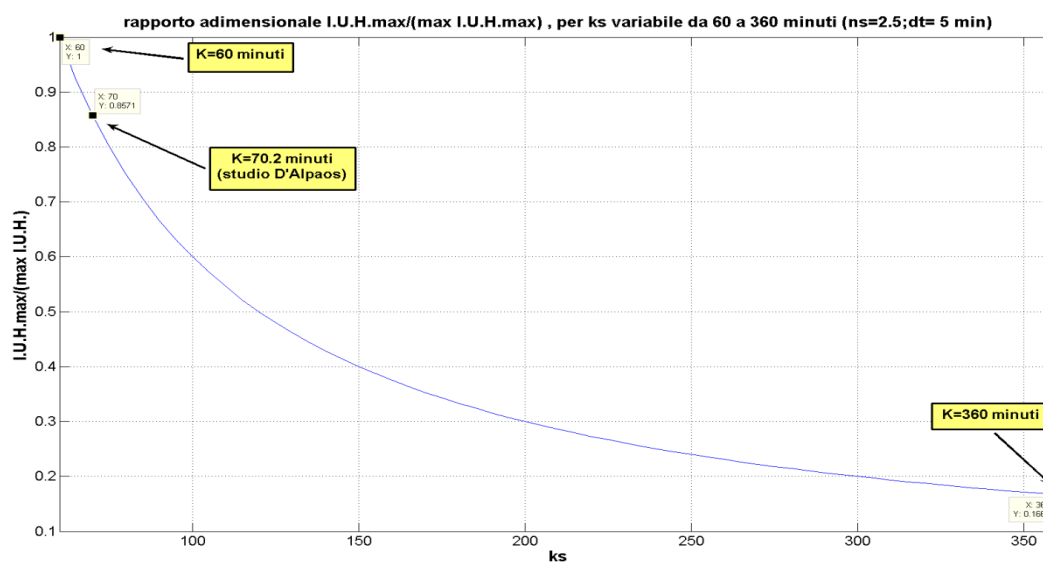


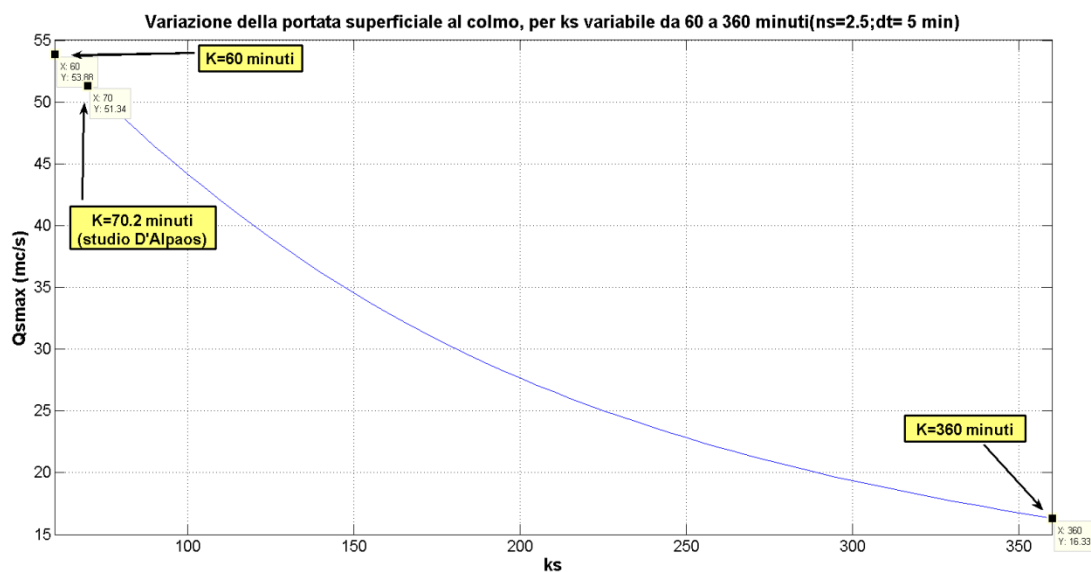
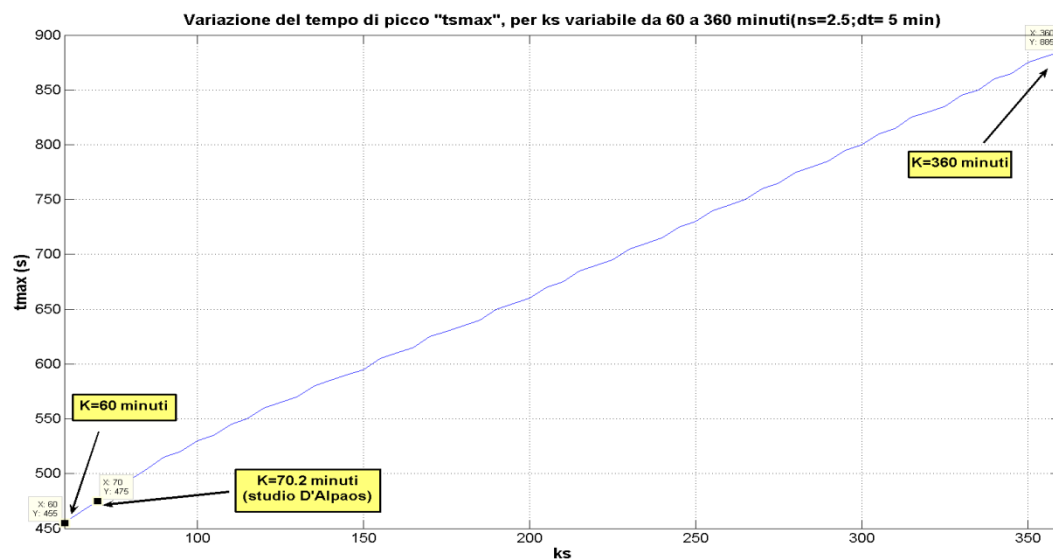
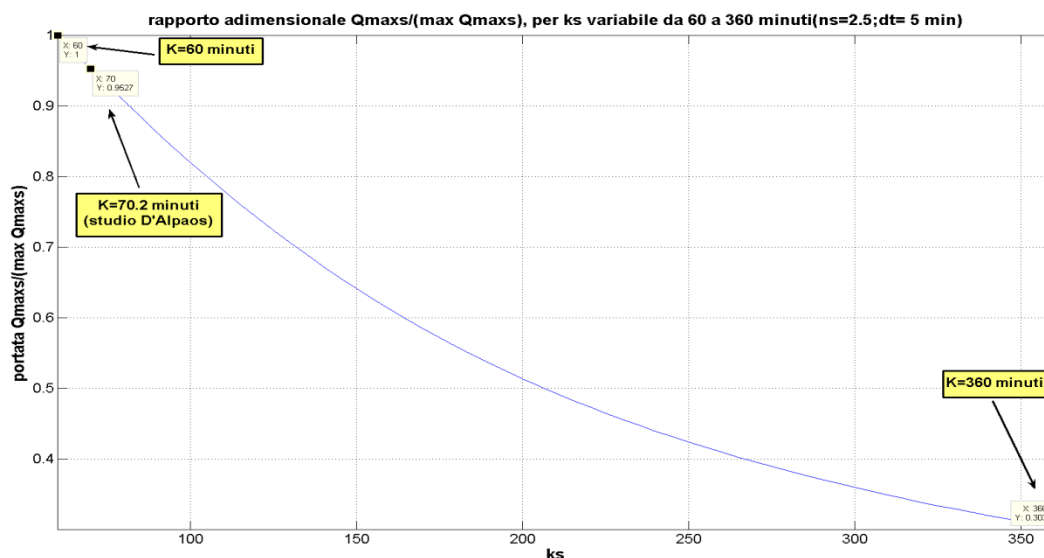
Grafico n.5: Variazione della portata superficiale al colmo (K_S variabile)**Grafico n. 6: Variazione del tempo di picco " t_{smax} " (K_S variabile)**

Grafico n. 7: Rapporto adimensionale $Q_{max}/(\max Q_{maxs})$ (K_s variabile)**Commento ai grafici relativi al test n. 2: k variabile tra 60 a 360 minuti**

Per la variazione di K_s è possibile fare considerazioni analoghe a quelle svolte per il test n. 1. All'aumentare di K_s diminuisce il valore di picco dell'IUH, mentre aumenta il valore del tempo di picco t_{max} (grafico n.1).

Si passa da valori rispettivamente di IUH_{max} e t_{max} pari a 0.00514 min^{-1} e 90 min, per $K_s = 60$ minuti, a valori pari a $0.000857 \text{ min}^{-1}$ e 540 min per $K_s = 360$ minuti.

La riduzione percentuale del valore di picco IUH_{max} risulta quindi dell'ordine del 83.3%. L'aumento percentuale del tempo di picco dell'IUH risulta pari al 600%.

Anche l'aumento della costante di invaso comporta dunque un aumento dell'effetto di laminazione del bacino.

Con riferimento ai grafici n. 2, 5, 6 e 7, la portata massima passa da un valore pari a $53.86 \text{ m}^3/\text{s}$ per $K_s = 60$ a un valore di $16.3 \text{ m}^3/\text{s}$, per $K_s = 360$. Il valore della portata al colmo si riduce di circa il 70%, nel campo di variazione di K_s indagato.

Infine il tempo di picco t_{max} passa da un valore di 455 minuti a un valore pari a 890 minuti per $K_s = 360$, con un aumento percentuale di circa il 590%.

Anche per la variazione di K si riscontra un analogo comportamento circa la maggiore sensibilità del valore di picco dell'IUH e del relativo tempo di picco per bassi valori di K . Valgono anche in questo caso le medesime considerazioni svolte per il test n.1, circa la natura di tale comportamento.

Però, a differenza del test n.1, nel caso in esame si assiste ad una ripetizione di tale comportamento anche per quanto riguarda l'idrogramma di piena, almeno per quanto riguarda l'andamento del

valore di portata massima. I grafici 5 e 7 mostrano in modo evidente come l'effetto di una variazione di K sulla portata massima sia significativo per bassi valori e molto meno significativo per alti valori di K .

Il grafico 6 mostra invece che, per quanto riguarda il tempo di picco dell'idrogramma di piena, la sua variazione rimane di tipo lineare nel range di valori di K esaminati.

Considerazioni sulla scelta dei parametri “ n ” e “ K ” operata nello studio del prof. D’Alpaos:

Nei grafici 1 e 2, sia nel test n. 1 che nel test n. 2, è indicata con colore rosso la curva dell'IUH e dell'idrogramma di piena che si ricavano con i parametri n e K adottati nello studio idrologico del prof. D’Alpaos. Entrambe le curve si collocano in entrambe i test nella fasce caratterizzate da minore effetto di laminazione, e quindi con valori di picco maggiori sia per l'IUH che per il colmo di piena.

In assenza di dati idrologici per la taratura del modello, e considerando che il bacino del torrente Friga è caratterizzato da forti pendenze, è da ritenersi condivisibile, in prima approssimazione, la scelta di assegnare un basso valore di n_s (2.5) e di K_s (70.2). In tal modo infatti viene restituita una forma di tipo impulsivo sia dell'IUH che dell'idrogramma di piena, che verosimilmente si avvicinerà al tipo di risposta idrologica che caratterizza corsi d'acqua in bacini montani molto pendenti, ovvero con fasi di crescita e di decrescita molto ripide e dunque, a parità di volume di afflusso superficiale, con valori elevati della portata massima.

TEST n. 3: Passo temporale “dt” variabile da 1 a 60 minuti ($K_s=70.2$; $n_s=2.5$)

GRAFICI

1. Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali;
2. Idrogramma di piena della portata superficiale;
3. Variazione del picco del IUH superficiale;
4. Variazione della portata superficiale al colmo;
5. Tempo di picco della portata superficiale;

Grafico n. 1: Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali (dt variabile)

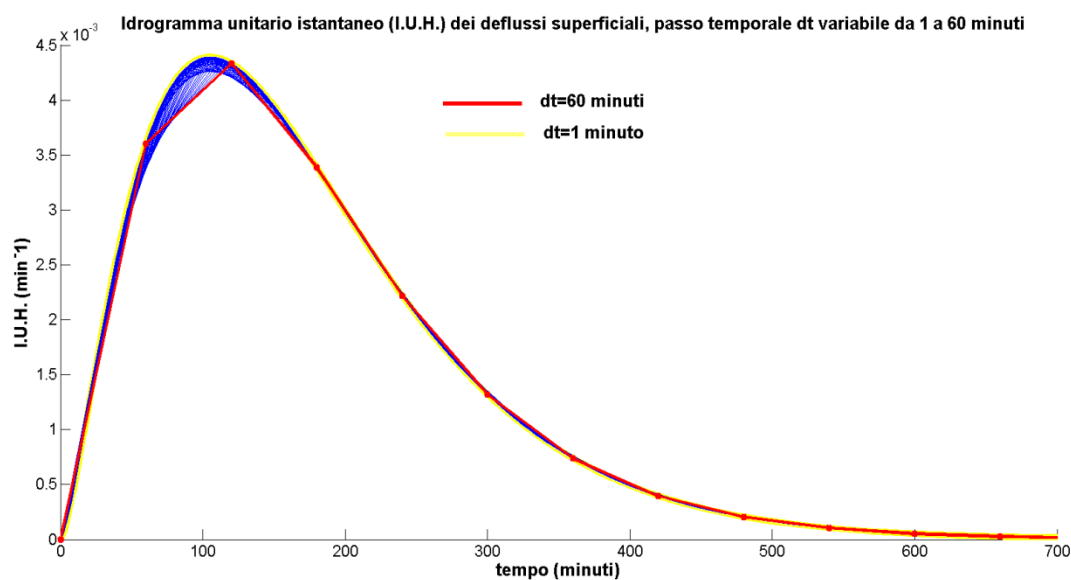


Grafico n. 2: Idrogramma di piena della portata superficiale (dt variabile)

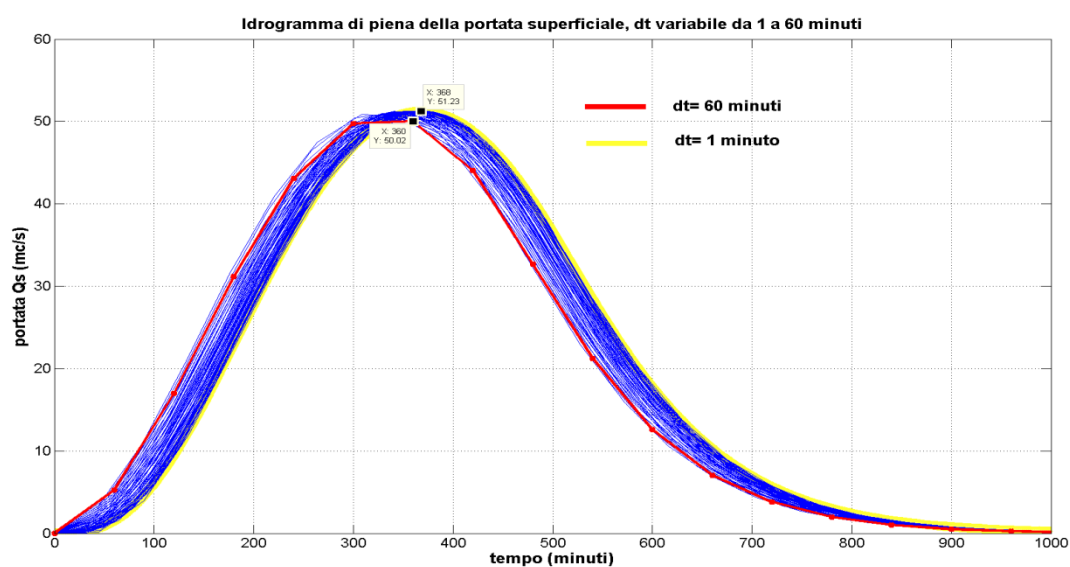


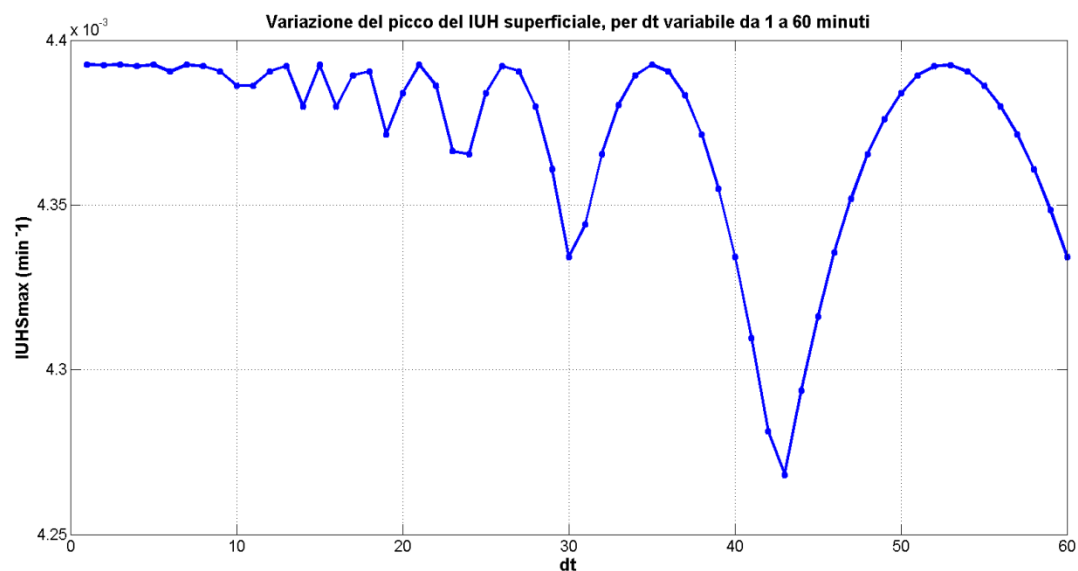
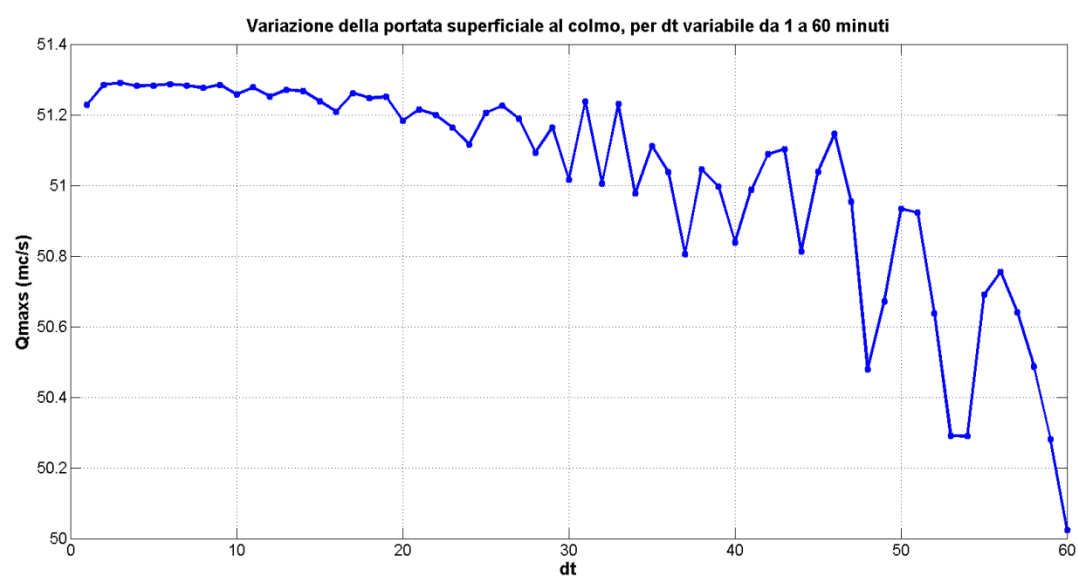
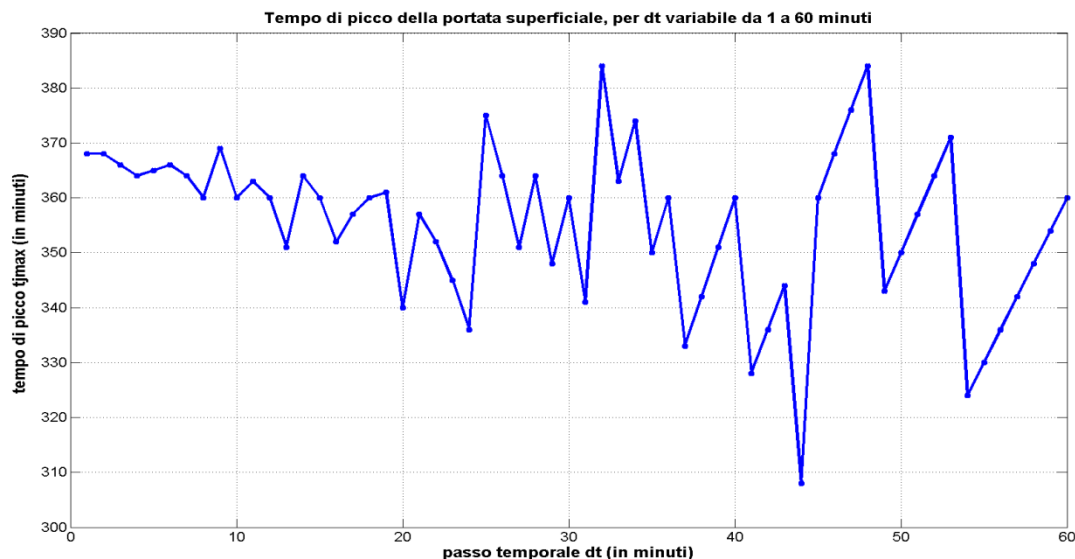
Grafico n.3: Variazione del picco del IUH superficiale (dt variabile)**Grafico n. 4: Variazione della portata superficiale al colmo (dt variabile)**

Grafico n. 5: Tempo di picco della portata superficiale (dt variabile)**Commento ai grafici relativi al test n. 3: passo temporale dt variabile tra 1 e 60 minuti**

Lo scopo di questo test era di indagare l'influenza sull'IUH e sull'idrogramma di piena della discretizzazione del passo temporale di calcolo. Dalle simulazioni effettuate emerge uno scarso effetto sulle ordinate dell'IUH e sui valori delle portate, mentre più significativo pare essere l'effetto esercitato da una variazione del passo temporale dt sulle ascisse, in particolare sui tempi di picco.

Più precisamente, con riferimento ai grafici n. 2, 4 e 5, la portata massima passa da un valore pari a $51.23 \text{ m}^3/\text{s}$ per $dt=1$ minuto a un valore di $50.02 \text{ m}^3/\text{s}$, per $dt=60$ minuti. La variazione del valore di portata al colmo è dunque pari a circa il 2.4%, nel campo di variazione di dt indagato.

Il tempo di picco t_{\max} corrispondente alla portata massima passa da un valore di 368 minuti a un valore pari a 360 minuti per $dt=60$ minuti, anche in questo caso con una variazione percentuale di appena il 2.2%.

Ma è il grafico n. 5, relativo all'andamento del valore del tempo di picco in funzione del passo temporale dt , che permette di verificare come in realtà l'escursione tra il valore minimo e il valore massimo del tempo di picco sia molto più ampia. Infatti si passa da un valore di 308 minuti (per $dt=44$ minuti), a un valore di 384 minuti (per $dt=48$ minuti), dunque con una variazione percentuale pari al 19.8%.

Pertanto tali risultati portano a considerare non trascurabile la scelta del passo di calcolo temporale dt sulla determinazione dell'istante corrispondente al passaggio del colmo di piena in corrispondenza di una sezione fluviale.

Considerazioni conclusive sull'analisi di sensibilità:

I test eseguiti mostrano come la forma della risposta idrologica sia influenzata dai parametri “ n ” e “ K ” del modello di Nash. Le analisi mettono in evidenza come la sensibilità alla variazione dei parametri “ n ” e “ K ” tenda a diminuire all'aumentare sia di “ n ” che di “ K ”. Inoltre tale comportamento sembra riflettersi principalmente sul valore del colmo dell'IUH e della portata. Ciò non significa che il tempo di picco rimanga esente da tali effetti, piuttosto esso mostra una variazione di tipo lineare al variare dei due parametri.

Invece, per quanto riguarda l'effetto del passo temporale “ dt ”, dai risultati del test n. 3 sembra possibile derivare un comportamento opposto a quello appena descritto: all'aumentare del passo di calcolo “ dt ” aumenta l'instabilità dei risultati ottenuti, per cui a modeste variazioni di “ dt ” corrispondono forti variazioni soprattutto nel calcolo del tempo di picco dell'idrogramma di piena, mentre sembra essere più contenuto l'effetto sia sui valori di portata che dell'IUH.

CAPITOLO 4

RELAZIONE TRA L'IUH E LE PROPRIETÀ GEOMORFOLOGICHE DI UN BACINO

Premessa:

La complessità dei fenomeni fisici coinvolti nel processo di trasformazione degli afflussi meteorici in deflussi lungo la rete di drenaggio ha costretto gli studiosi del passato a ricorrere a semplificazioni concettuali del problema idrologico, al fine di rendere possibile un'analisi matematica dei meccanismi generatori delle portate nei corsi d'acqua.

In questo senso il ricorso a schemi di tipo lineare, come quelli descritti nei capitoli precedenti, ha reso possibile lo studio del fenomeno idrologico da un punto di vista quantitativo, sulla base di alcune ipotesi fisiche semplificative.

La teoria dell'idrogramma unitario (UH), i cui fondamenti furono per la prima volta sviluppati da Sherman nel 1932, rappresenta appunto uno dei primi e più significativi passi in questa direzione, in quanto l'U.H. può considerarsi come l'elemento concettuale minimo, caratteristico di ogni bacino, che consente, nota una distribuzione di pioggia efficace sul bacino stesso, di determinare l'idrogramma di piena in corrispondenza della sezione di chiusura.

Sia la teoria dell'Idrogramma Unitario, che lo sviluppo teorico successivo culminato con la definizione dell'IUH, si basano su una serie di semplificazioni teoriche che trovano legittimità nella misura in cui la risposta idrologica è descrivibile da un comportamento di tipo lineare.

Inizialmente, sulla base della teoria della risposta idrologica lineare furono sviluppati modelli idrologici essenziali, basati su pochi elementi concettuali in grado di schematizzare i processi principali coinvolti nel ciclo idrologico. Fu in un primo tempo trascurata l'influenza di altri fattori, come ad esempio le proprietà morfologiche che caratterizzano la rete idrografica di un bacino naturale, la natura dei terreni attraversati dalla rete, il fattore climatico.

L'influenza di questi fattori è stata indagata in maniera sistematica solo a partire dagli anni ottanta del secolo scorso. In particolare, a partire da questo periodo hanno avuto grande impulso gli studi

sulla relazione tra le proprietà del fenomeno idrologico e la morfometria delle reti naturali (vedi ad es. Rodriguez Iturbe e Valdes, 1979, Gupta e Waimire, 1980, ecc.).

Questi lavori hanno consentito di pervenire ad una formulazione della risposta idrologica istantanea (IUH) in cui esiste un legame in qualche misura funzionale tra l'idrogramma unitario istantaneo (IUH, Instantaneous Unit Hydrograph) e le caratteristiche geomorfologiche del bacino.

Nel presente capitolo vengono esposti gli elementi teorici principali che stanno alla base dell'approccio geomorfologico all'IUH.

Il paragrafo 4.1 espone alcuni elementi di geomorfologia fluviale, in particolare i metodi di caratterizzazione proposti da Horton, Stralher e Shreve. Inoltre viene introdotto il concetto di reti topologicamente "random", proposto da Shreve (1966). Infine nello stesso paragrafo si accenna all'uso dei parametri di Horton nel IUH geomorfologico.

Il paragrafo 4.2 sviluppa invece la critica di Kirchner (1993) alle leggi di Horton, in particolare alla capacità di tali parametri di caratterizzare in modo efficace le peculiarità geomorfologiche di un bacino.

Il paragrafo 4.3 introduce la teoria dell'IUH geomorfologico sviluppata da Rodriguez Iturbe e Valdes (1979). Della teoria in questione vengono evidenziati i principali punti di criticità. Inoltre è esposta l'analisi svolta da Chutha e Dooge (1989), nella quale l'IUH geomorfologico viene assimilato ad uno schema concettuale costituito da una rete di serbatoi lineari disposti tra loro in serie e in parallelo. Infine, nel medesimo paragrafo è riassunta la critica svolta da Shamseldin e Nash (1998) all'approccio dell'IUH geomorfologico.

Infine il paragrafo 4.4 espone le formule proposte da Rosso (1984), che legano i parametri del modello di Nash (n e K) alle caratteristiche geomorfologiche di un bacino naturale, per mezzo dei parametri di Horton.

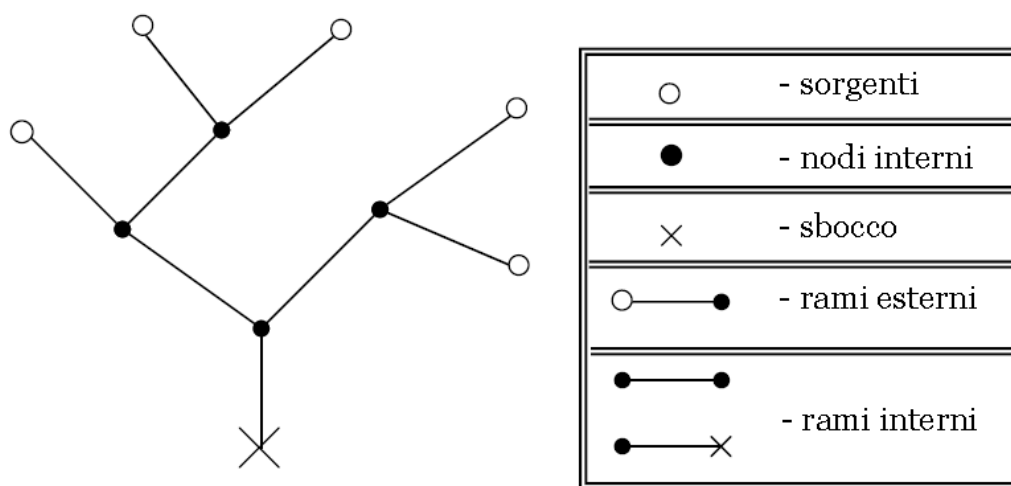
Questa disamina degli studi fatti sia in campo geomorfologico che in campo idrologico circa la natura del legame tra geomorfologia e risposta idrologica è indispensabile per le analisi che verranno svolte nel capitolo successivo. Altrettanto importanti sono i contributi critici svolti nei confronti delle leggi di Horton (Kirchner, 1993) e nei confronti dell'IUH geomorfologico (Shamseldin e Nash, 1998).

Infatti nel capitolo successivo lo scopo di scrivere sarà quello di indagare criticamente la natura di tale legame: più in particolare sarà quello di verificare se i criteri con i quali vengono determinate le proprietà geomorfologiche di un bacino oggetto di studio sono tali da fornire una efficace informazione circa la morfologia di un bacino naturale, e quindi una effettiva capacità di rappresentare "l'influenza morfologica" sulla risposta idrologica.

4.1 Caratterizzazione geomorfologica di un bacino

I metodi sviluppati per la caratterizzazione geomorfologica di un bacino presuppongono la schematizzazione del reticolo idrografico in elementi geometrici semplici (linee e nodi). La descrizione del reticolo idrografico si basa essenzialmente sulla rappresentazione di quest'ultimo nel piano orizzontale come un grafo, le cui proprietà topologiche (lunghezza dei rami, numero di nodi, area contribuyente, eccetera) possono essere facilmente descritte e classificate.

Una rete naturale viene descritta da un insieme di *linee* e *nodi*. Si indica come *nodo* una confluenza (*nodo interno*), oppure la sorgente di un corso d'acqua (*nodo di sorgente*), e come *ramo* o *asta* il tratto di corso d'acqua compreso tra due nodi.



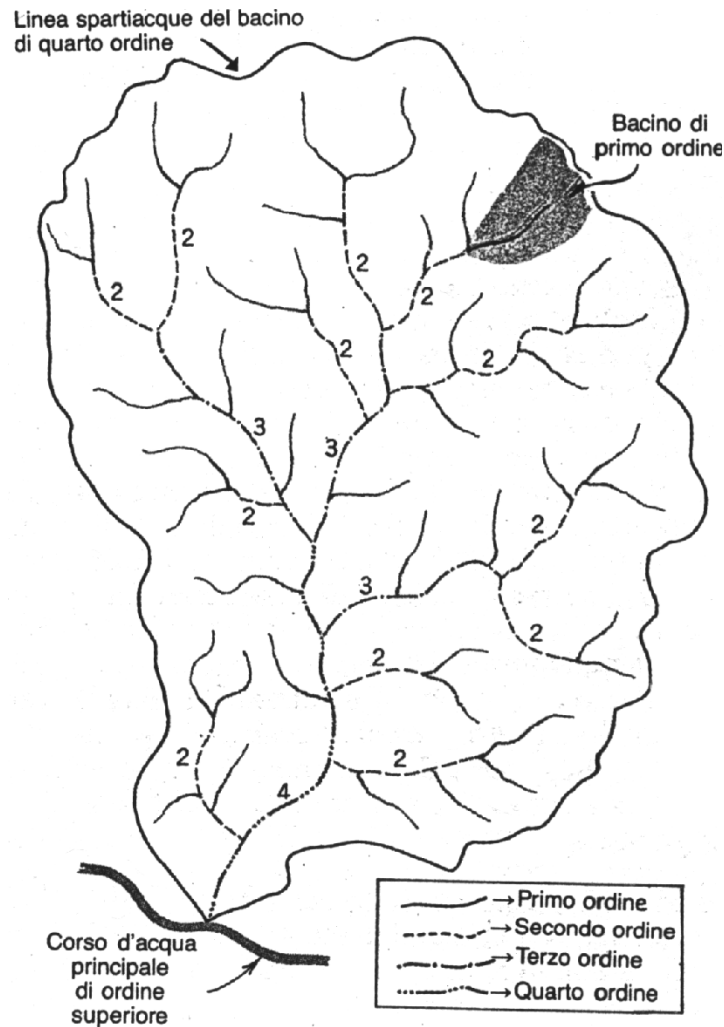
Classificazione gerarchica di un reticolo idrografico: schema topologico

4.1.1 Le leggi geomorfologiche di Horton

R.E. Horton (1945) fu uno dei primi ad introdurre in modo sistematico l'analisi geomorfologica delle reti idrografiche. Il metodo di Horton consente la classificazione per via gerarchica dei rami appartenenti ad un reticolo idrografico. **Strahler** nel 1952 riprese e modificò il metodo di Horton in senso puramente topologico, classificando i reticoli idrografici sulla base delle seguenti regole gerarchiche:

- 1) I rami che hanno origine da una sorgente sono definiti rami di ordine pari a uno;
- 2) L'unione di due rami di ordine ω genera un ramo di ordine $\omega+1$;
- 3) Se l'unione avviene tra due rami di ordine diverso, il ramo immediatamente a valle mantiene l'ordine del ramo maggiore;
- 4) due o più rami in successione, aventi medesimo ordine, formano canali dello stesso ordine;
- 5) L'ordine del bacino (Ω) corrisponde a quello del ramo di ordine maggiore.

In figura è rappresentato un esempio di ordinamento gerarchico per un bacino di ordine $\Omega=4$.



Classificazione gerarchica di un reticolo idrografico (Horton, 1945; Strahler, 1957)

Horton propose alcune leggi empiriche che legano tra loro il numero di rami di ordine diverso (N_ω) e la lunghezza media di rami di ordine diverso (L_ω):

Legge del numero di canali: $\frac{N_\omega}{N_{\omega+1}} = R_b = \text{costante al variare dell'ordine}$

Dove N_ω rappresenta il numero di canali di ordine ω e $N_{\omega+1}$ il numero di canali di ordine $\omega+1$. R_b rappresenta il “Rapporto di biforcazione”, che secondo Horton nei bacini naturali rimane costante al variare dell'ordine. Pertanto, con tale ipotesi, ad esempio per un bacino di ordine $\Omega=4$, si può scrivere:

$$N_\Omega = N_4 = 1$$

$$N_{\Omega-1} = N_3 = R_b \cdot N_\Omega = R_b$$

$$N_{\Omega-2} = N_2 = R_b \cdot N_{\Omega-1} = R_b \cdot R_b \cdot N_\Omega = R_b^2$$

$$N_{\Omega-3} = N_I = R_b * N_{\Omega-2} = R_b^3$$

In generale quindi, per $1 \leq \omega \leq \Omega$, è possibile ottenere N_ω , numero di canali di ordine ω , come:

$$N_\omega = R_b^{\Omega-\omega} \quad (1 \leq \omega \leq \Omega)$$

Il rapporto di biforcazione R_b , come ipotizzato da Horton, può essere determinato anche come coefficiente angolare della retta che si ottiene riportando sul piano semilogaritmico le coppie di valori (N_ω, ω) per ogni ordine dei rami di bacino. Infatti, passando ai logaritmi si può scrivere:

$$\log N_\omega = f(\omega) = (\Omega - \omega) * \log R_b = \Omega \log R_b - \omega \log R_b$$

che, nel piano (N_ω, ω) rappresenta una retta avente intercetta $-\log R_b$ con l'asse delle ordinate, da cui si può agevolmente ricavare R_b .

Legge della lunghezza di canali: $\frac{L_\omega}{L_{\omega-1}} = R_L = \text{costante al variare dell'ordine}$

Dove:

$$L_\omega = \frac{1}{N_\omega} \sum_{i=1}^{N_\omega} L_{\omega i}$$

rappresenta la lunghezza media delle aste di ordine ω .

Con considerazioni analoghe a quelle svolte per il rapporto di biforcazione si ricava:

$$L_\omega = R_L^{\omega-1} * L_1 \quad (1 \leq \omega \leq \Omega)$$

Legge delle Aree (Schumm, 1956): $\frac{A_{\omega+1}}{A_\omega} = R_a = \text{costante al variare dell'ordine}$

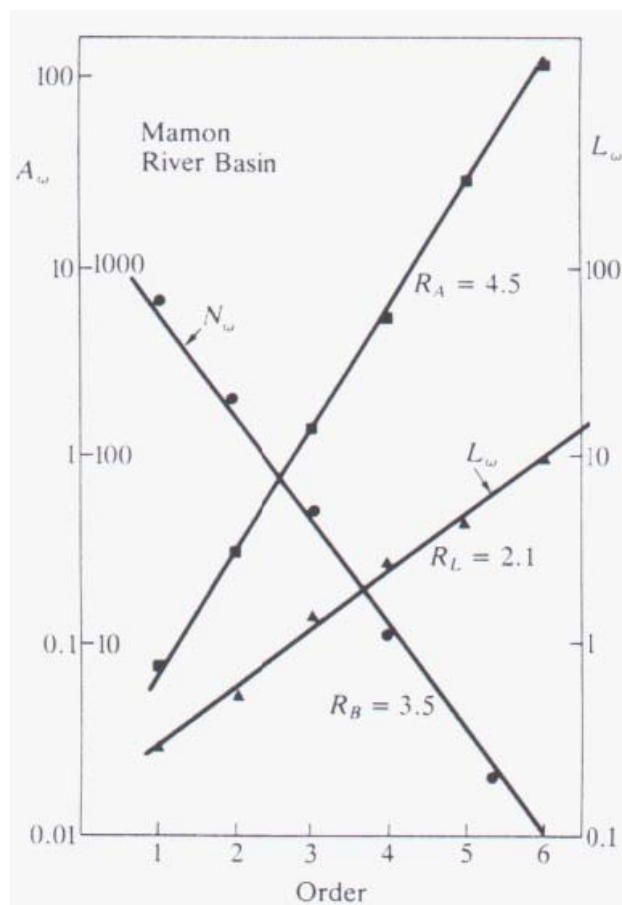
Dove

$$A_\omega = \frac{1}{N_\omega} \sum_{i=1}^{N_\omega} A_{\omega i}$$

rappresenta l'area media della superficie contribuyente relativa ai sottobacini di ordine ω , e $A_{\omega i}$ è la superficie contribuyente del singolo sottobacino di ordine i .

Come per i precedenti casi anche per le aree si ha che:

$$A_\omega = R_a^{\omega-1} * A_1 \quad (1 \leq \omega \leq \Omega)$$



Esempio dell'applicazione delle leggi di Horton al bacino di Mamón in Venezuela (Valdes et al., 1979)

Studi fatti su numerosi bacini naturali mostrano per il campo dei parametri R_a , R_b e R_L , la seguente variazione:

$$2.5 \leq R_b \leq 5;$$

$$1.5 \leq R_L \leq 3;$$

$$3.5 \leq R_a \leq 6;$$

Il fatto che nei bacini naturali il campo di variazione dei parametri di Horton sia limitato entro una fascia di valori ristretta, insieme alla regolarità (anch'essa empiricamente riscontrata) circa la costanza dei rapporti citati al variare dell'ordine, ha indotto numerosi autori a considerare le leggi di Horton, e i parametri ad esse associati, strumenti utili per esplicitare quelle peculiarità geomorfologiche in grado di influire sulla risposta idrologica di un bacino naturale. Come sarà meglio esposto in seguito, le stesse teorie alla base della risposta idrologica geomorfologica (GIUH) presuppongono l'efficacia di tali descrittori geomorfologici, in quanto ammettono implicitamente la loro capacità di rappresentare efficacemente gli effetti delle caratteristiche e della forma del reticolo idrografico sulla forma dell'IUH.

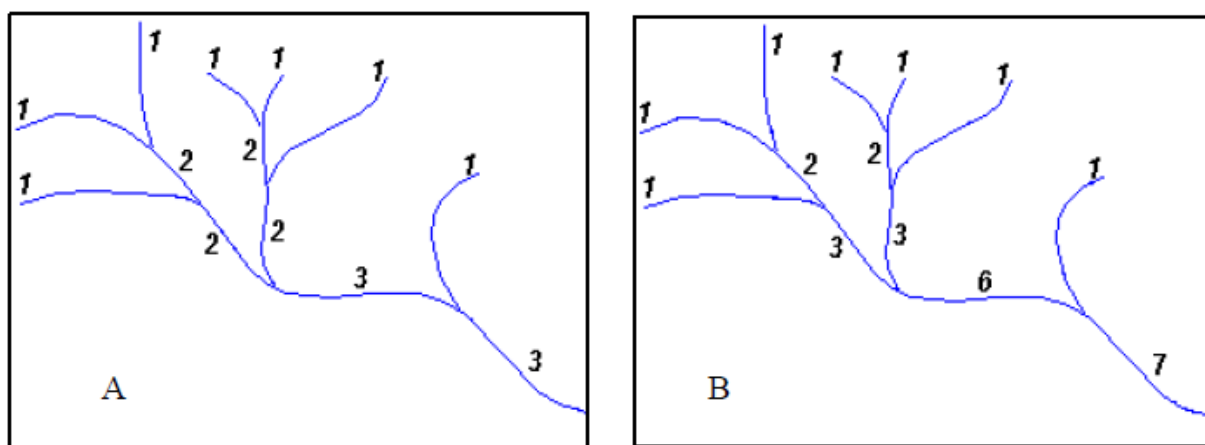
4.1.2 Il metodo di gerarchizzazione di Shreve (1967)

Shreve nel 1967 introduce un diverso modo di caratterizzare la morfologia delle reti naturali che in una certa misura consente di acquisire maggiori informazioni di natura idrologica sul reticolo. In sostanza il metodo rende più esplicito il peso dell'area contribuente associato a ogni singolo ramo. Nella schematizzazione di Shreve viene introdotto il concetto di *magnitudine* riferita ad ogni singolo ramo. La magnitudine rappresenta il numero di sorgenti poste a monte del ramo medesimo, che sono di fatto contribuenti al deflusso superficiale in tale ramo.

La magnitudine viene attribuita ai singoli rami nel rispetto delle seguenti regole:

- Ogni ramo esterno ha magnitudine pari a 1;
- L'unione di due rami aventi magnitudine ω_1 e ω_2 genera un ramo di valle con magnitudine pari a $\omega_1 + \omega_2$.

E' facile verificare che, dato il valore di magnitudine di un ramo pari a ω_i , il numero di rami che vi afferiscono è pari a $2\omega_i - 1$.



Confronto tra il metodo di gerarchizzazione di Horton (A) e il metodo di Shreve (B)

E' possibile dunque riassumere i principali vantaggi connessi all'ordinamento gerarchico di un reticolo idrografico:

- Consente di definire in maniera oggettiva il grado di sviluppo di una rete idrografica. Infatti, in linea generale, all'aumentare dell'ordine di un bacino aumenta la regolarità della forma dello stesso. Anche solo intuitivamente è facile comprendere che un bacino stretto e allungato sarà caratterizzato generalmente da un corso d'acqua principale avente un ordine più basso rispetto all'ordine che caratterizza il corso d'acqua principale di un bacino ampio e ben ramificato;
- Sempre in linea del tutto generale, un numero d'ordine basso sarà caratteristico di un ramo tributario montano, mentre un numero d'ordine elevato sarà caratteristico di un ramo di valle.

4.1.3 Reticoli idrografici topologicamente “Random”

Un ulteriore campo di approfondimento svolto da Shreve riguarda la natura stessa delle reti di drenaggio naturale. In alcuni lavori sviluppati a partire dal 1965 (*“Statistical Law of stream numbers”*, 1965, *“Infinite topologically random channel networks”*, 1966, *“Stream lengths and basin areas in topologically random channel networks”*, 1969), Shreve considera i reticoli idrografici dei bacini naturali come sintesi di un insieme di percorsi ramificati distinti tra loro topologicamente, cioè caratterizzati singolarmente da proprietà topologiche date.

Tutti i percorsi possibili, quindi ad esempio quelli caratterizzati da un certo valore dato di magnitudine (nell’accezione di Shreve), e da un certo valore dell’ordine di Horton ad essi associato, costituiscono una popolazione statistica. Nella prospettiva di Shreve qualsiasi rete di drenaggio può essere dunque pensata come parte di una rete infinita di canali, di carattere casuale (random), assimilabile ad un grafo avente caratteristiche topologiche.

L’approccio “probabilistico-topologico” sviluppato da Shreve si basa su due postulati principali:

1. Le reti naturali di canali, in assenza di strutture geologiche di controllo (tali da indurre delle costrizioni fisico-morfologiche alle reti stesse), possono essere considerate topologicamente casuali (random);
2. I rami interni ed esterni e le rispettive aree associate in bacini con clima omogeneo e geologia omogenea hanno distribuzioni statistiche differenti, che sono indipendenti dal luogo nel bacino;

Uno dei risultati significativi dell’analisi di Shreve è che, nella prospettiva appena descritta, reti di canali distinte dal punto di vista topologico ma caratterizzate da uguale valore di magnitudine sono ugualmente verosimili. Inoltre, se a questo gruppo di reti così caratterizzate si applicano i criteri di ordinamento gerarchico di Horton-Strahler, risulta che il “set” di reti avente maggiore probabilità di accadimento è quello caratterizzato da un comportamento di tipo “Hortoniano”, quindi da un comportamento che rispetta le leggi di Horton sopra menzionate.

Peraltro, già in un passaggio del suo primo lavoro del 1965 (*“Statistical Law of stream numbers”*), Shreve evidenziava non senza una punta di autocritica come l’applicazione ad una rete di canali del criterio di ordinamento gerarchico proposto da Horton comporti per le reti stesse oggetto di ordinamento un intrinseco adeguamento alla legge di Horton (del rapporto di biforcazione). A pagina 30 di tale articolo, infatti, a commento dei risultati ottenuti esaminando un campione di reti random per quanto riguarda la rispondenza di tali reti alla prima legge di Horton, Shreve così si esprimeva a riguardo:

“Il fatto che per ogni canale di ordine dato, a parte il primo ordine, ci devono essere almeno due canali di ordine immediatamente inferiore, significa che sul diagramma di Horton (nota dello scrivente: si intende il diagramma semilogaritmico avente per ascissa l'ordine del canale, e per ordinata il logaritmo del numero di canali per ogni ordine) i punti per ogni rete di canali con ordine dato ed un numero di canali del primo ordine dato ricadranno necessariamente all'interno di un'area a forma parallelogramma, relativamente ristretta, la cui diagonale lunga è il luogo dei punti che soddisfa la legge di Horton..”. “In altre parole...”, conclude Shreve, “inerente nella definizione di ordine di un canale c'è il corollario che nessuna rete di canali, che sia di tipo ad albero o di altro tipo, può deviare indefinitivamente distante dalla legge geometrica di Horton.”

Questa conclusione di Shreve, basata sui risultati ottenuti applicando le regole di Horton ad una rete random di canali, lascia pertanto intuire la possibilità che il rispetto della prima legge di Horton (sul numero dei canali) da parte delle reti di canali, sia in realtà una conseguenza necessaria quando le reti di canali oggetto di analisi siano sottoposte al criterio di ordinamento di Horton-Strahler.

Un'altra osservazione sviluppata da Shreve in un articolo del 1969 (*“Stream lengths and basin areas in topologically random channel networks”*), riguarda invece la mancanza di sensibilità da parte delle leggi di Horton di cogliere sostanziali differenze nelle caratteristiche geomorfologiche di bacini naturali differenti. A pagina 414 di tale articolo, dopo avere constatato che i rapporti di Horton determinati per tre bacini naturali oggetto di studio erano praticamente comparabili tra loro, pur essendo i tre bacini caratterizzati da differenze geomorfologiche molto marcate (in termini di pendenze, forma e lunghezza dei canali di primo ordine, forme delle aree sorgenti, eccetera), Shreve spiega tale mancanza di sensibilità sulla base di due fattori principali:

1. Le reti di canali sviluppate in assenza di forme di controllo di natura geologica possono essere considerate, per un grado elevato, topologicamente casuali (random);
2. Le lunghezze dei canali e le aree contribuenti, nell'analisi di Horton, sono il risultato di somme di molti “links” oppure delle loro aree contribuenti associate. Le variabili di Horton (rapporto delle lunghezze e rapporto delle aree) in altre parole, sono sempre poco sensibili perché le deviazioni vengono mediate nel calcolo.

Di nuovo, Shreve evidenzia come tali parametri di Horton rappresentino deboli strumenti per evidenziare le peculiarità geomorfologiche principali di una rete di canali naturale.

4.1.4 Utilizzo dei parametri geomorfologici nello studio dell'IUH geomorfologico

Sulla base delle analisi di Shreve, quindi assumendo le reti di drenaggio come reti casuali regolate dalla sola legge del caso, alcuni studiosi hanno considerato fondata l'ipotesi che la funzione di risposta idrologica dei bacini naturali sia corrispondente a quella di bacini con più alta probabilità di

accadimento nel senso espresso da Shreve. In altre parole, a parere di tali autori vi sarebbe una corrispondenza tra lo IUH dei bacini naturali e le proprietà geomorfologiche del bacino (parametri di Horton, ma anche magnitudine, funzione di ampiezza, eccetera).

Sulla base di queste premesse le leggi di Horton sono state largamente usate come test empirici per verificare modelli per lo sviluppo di reti di drenaggio (Roth et al., 1989, Rodriguez Iturbe et al., 1992), oppure sono state utilizzate per verificare alcuni assunti, ad esempio che i reticoli idrografici si formano a seguito di successive generazioni di ruscelli (Horton 1945) o ancora che i reticoli si sviluppano in accordo con principi di massima entropia o di massima efficienza o di minima energia (Leopold and Langbein, 1962; Woldenberg, 1969; Leopold, 1971; Rodriguez Iturbe et al., 1992).

Per quanto riguarda più specificamente la relazione tra la risposta idrologica di un bacino e le caratteristiche fisiche della rete di drenaggio, sono numerosi gli autori che hanno dato un contributo importante all'attività di ricerca.

Sicuramente un contributo fondamentale in questo senso è stato fornito dall'attività di Rodriguez-Iturbe e Valdes, in particolare con il pioneristico lavoro del 1979 (Rodriguez Iturbe I., J.B. Valdes: *"The geomorphological structure of hydrologic response"*, Water Resources Research, 1979). Nei paragrafi seguenti, dopo aver esaminato alcune importanti critiche mosse alle leggi di Horton, verranno illustrate le linee generali dell'approccio geomorfologico allo studio della risposta idrologica, proposto dagli autori appena citati.

4.2 La critica di Kirchner alle leggi di Horton (1993)

Anche intuitivamente è possibile comprendere che la risposta idrologica di un bacino è condizionata dalle caratteristiche morfologiche della sua rete idrografica. Tale evidenza intuitiva, però, deve poi, nel discorso scientifico, tradursi in una evidenza quantitativa. Il problema dunque era ed è quello di rappresentare le caratteristiche morfologiche del reticolo di un bacino naturale attraverso una serie di criteri o metodi in grado di restituire in maniera più efficace possibile la peculiarità geomorfologica di un bacino naturale.

Il metodo di Horton-Strahler così come quello di Shreve, appena descritti, hanno cercato di andare in questa direzione.

L'articolo di Kirchner:

Entrambi gli approcci di ordinamento gerarchico sono stati fortemente criticati in un articolo apparso nel 1993 sulla rivista "Journal of geology", intitolato *"Statistical inevitability of Horton's laws and the apparent randomness of stream channel networks"*. In questo lavoro l'autore (James Kirchner) svolge una critica serrata, in particolare nei confronti delle leggi di Horton. L'obiettivo dell'articolo è quello di mettere in evidenza la debolezza di tali leggi in merito alla loro (supposta) capacità di riflettere le peculiarità geomorfologiche di un bacino naturale, e quindi la struttura distintiva di un reticolo idrografico.

Nell'articolo, inoltre, la critica viene estesa anche alle analisi svolte da Shreve, secondo le quali le leggi di Horton sarebbero interpretate come una evidenza del fatto che le reti idrografiche sono "topologicamente Random", e formate dalle "leggi del caso". La critica trova il suo fondamento nel fatto che, sulla base delle analisi svolte da Kirchner, la regolarità delle leggi e la limitata variabilità dei parametri R_a , R_b e R_L riscontrate empiricamente per i bacini naturali non è tanto da ricondurre ad una supposta peculiarità caratteristica dei bacini naturali, quanto piuttosto a leggi cui obbediscono tutte le reti "possibili" di canali. In sostanza dire che le reti naturali "obbediscono" alle leggi di Horton significa, secondo Kirchner, fare un'affermazione ovvia e logicamente circolare, perché tutte le reti possibili obbediscono "sostanzialmente" a quelle leggi.

Le analisi svolte da Kirchner

Per arrivare a queste conclusioni Kirchner ha generato un numero molto elevato di reti, applicando il metodo Monte Carlo.

I metodi Monte Carlo sono metodi che si applicano a modelli di tipo input-output. Essi consentono di generare popolazioni di output descrivibili con distribuzioni di probabilità (pdf), a partire da

popolazioni di input anch'esse descrivibili con analoghe distribuzioni di probabilità. Tali metodi furono inizialmente sviluppati per il gioco d'azzardo (a partire dagli anni '40 del secolo scorso). Quindi il valore che viene assegnato nel modello ad ogni dato di input non è un valore determinato, bensì una funzione che esprime una densità di probabilità. E' così possibile tenere conto, per un dato parametro di input, dell'intero campo di variabilità che tale parametro può assumere. Analogamente la risposta del modello, o output, è costituita da una popolazione di dati dai quali, a seguito di un'analisi statistica, è possibile ricostruire la distribuzione di probabilità ad essa associata.

I vantaggi dell'applicazione del Metodo Monte Carlo sono molteplici:

- L'output del modello sarà caratterizzato, oltre che per l'aspetto "quantitativo" (il valore assunto dal singolo risultato), anche dalla sua probabilità di accadimento;
- E' possibile generare popolazioni di output di tipo random, che sono il risultato della combinazione casuale dei parametri di input (i quali vengono fatti variare all'interno del loro campo di variabilità considerata ammissibile);
- La distribuzione di probabilità dei dati di output può essere studiata dal punto di vista statistico, e quindi per essa possono essere ricavati i parametri statistici quali la media, la varianza, la deviazione standard, utili per descrivere in modo più completo la risposta del modello;
- Sulla base dei parametri statistici appena descritti è dunque possibile comprendere la risposta di un modello rispetto all'intera gamma di valori possibili assunti dai parametri di input. Questo significa ad esempio capire se vi sia la possibilità di individuare una risposta "prevalente" del modello in termini di probabilità di accadimento.

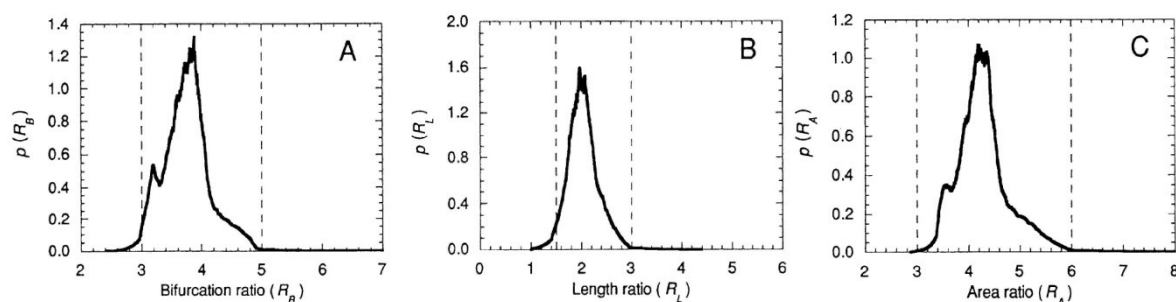
Dunque, applicando il metodo "Monte Carlo", l'autore ha selezionato un campione "imparziale" (unbiased) di tutte le possibili reti di drenaggio che si possono ricavare a partire da un numero assegnato di canali del primo ordine (ovvero i rami sorgente).

Per ogni numero N_1 di rami sorgente, con $20 \leq N_1 \leq 1000$, sono stati generati con il metodo Monte Carlo 10 reti possibili. La popolazione complessiva di reti generata con tale procedura può pertanto considerarsi un campione statisticamente random. Ad ognuna delle reti così generate sono state in seguito applicate le regole di ordinamento di Horton-Strahler, sono stati numerati i canali, calcolate le lunghezze e le aree drenanti di ogni ramo. Infine sono stati calcolati i rapporti di Horton R_a , R_b e R_L con le tecniche di regressione lineare descritte nei paragrafi precedenti. Per snellire le procedure di calcolo di R_L e R_a Kirchner ha assunto le seguenti ipotesi semplificative:

- che le lunghezze medie dei rami siano invarianti con l'ordine, in modo che fosse possibile calcolare R_L note le lunghezze topologiche (cioè il numero di rami interni), invece che le lunghezze fisiche dei singoli rami;

- che l'area contribuyente media (per ogni tratto di canale compreso tra due nodi) sia invariante rispetto all'ordine.

Una volta concluse le operazioni necessarie per ordinare secondo le leggi di Horton le reti così generate, e determinati i parametri R_a , R_b e R_L per l'intera popolazione di reti, Kirchner ha potuto analizzare da un punto di vista statistico la distribuzione di R_a , R_b e R_L , ed assegnare così ad ogni valore assunto dai tre parametri una probabilità di accadimento (vedi figura seguente).



Distribuzione di probabilità dei parametri R_b , R_L e R_a , nello studio di Kirchner (1993)

I tre grafici mostrano in modo evidente che nel campione "random" di tutte le "possibili" reti, generate a partire da un numero di rami del primo ordine variabile tra 20 e 1000, il 96% dei valori assunti da R_b , il 95% dei valori assunti da R_L e il 98% dei valori assunti da R_a ricade all'interno del range di valori determinati sperimentalmente per i bacini naturali ($2.5 \leq R_b \leq 5$; $1.5 \leq R_L \leq 3$; $3.5 \leq R_a \leq 6$). I rispettivi coefficienti di regressione sono risultati essere, per il 96% di R_b e R_a , pari a $r^2 \geq 0.98$, mentre per il 95% di R_L pari a $r^2 \geq 0.80$.

Questi risultati portano l'autore a concludere che la maggior parte di tutte le reti di canali "possibili" obbediscono alle leggi di Horton. Ma se ciò è vero, allora diventa difficile identificare per mezzo delle leggi di Horton le caratteristiche geomorfologiche particolari in grado di rendere distinguibili le reti naturali.

L'unica deduzione corretta che si può ricavare è che le reti naturali costituiscono un sottoinsieme di tutte le reti di canali possibili. Non è perciò per nulla sorprendente, secondo Kirchner, che le leggi di Horton siano confermate da numerosi modelli teorici idrologici, perché infatti solo una piccola frazione di tutte le possibili reti viola tali leggi.

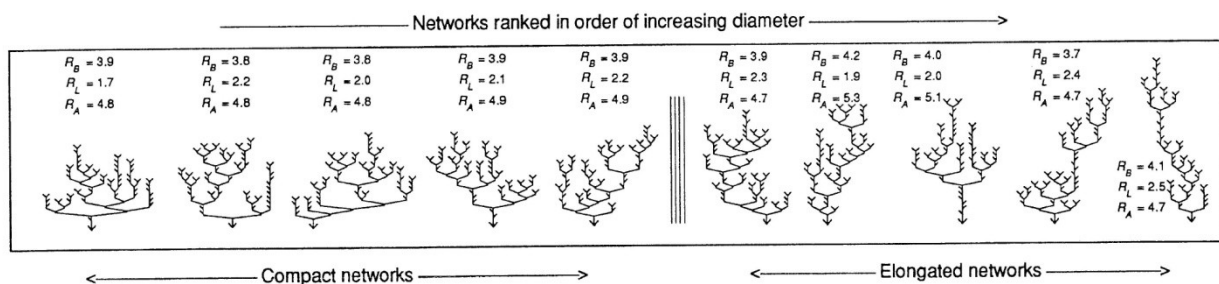
Pertanto, conclude Kirchner, le leggi di Horton rappresentano uno strumento di indagine debole per testare modelli teorici delle reti idrologiche.

Reti "Random" e reti "Non-random":

Nello stesso articolo Kirchner si propone di indagare la fondatezza dell'ipotesi assunta da Shreve, secondo la quale le reti di canali obbediscono alle leggi di Horton in quanto esse sarebbero "topologicamente" random e generate dalla legge del caso (Shreve, 1974).

Kirchner non ha alcuna difficoltà ad ammettere che le reti "topologicamente" random obbediscono a tali leggi, ma secondo Kirchner ciò non può rappresentare di per sé un elemento distintivo e caratterizzante delle reti random, in quanto anche le reti non-random obbediscono alle medesime leggi.

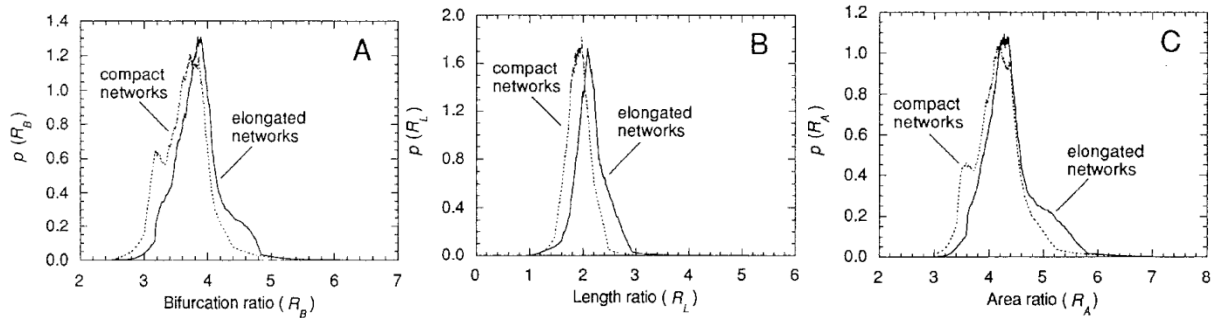
Per dimostrare ciò l'autore esegue una selezione sul precedente campione di reti generata con il metodo Monte Carlo, con riferimento ad un parametro caratteristico (ad esempio il "diametro" della rete, cioè il numero di rami interni compresi tra la sezione di chiusura e il ramo di primo ordine più distante), generando così due sotto insiemi di reti ordinate sulla base di tale parametro, e quindi di tipo non-random. Per esempio nella figura seguente viene rappresentata la selezione operata sul gruppo delle 10 reti generate con $N_1=60$ sulla base del "diametro". Tale operazione viene effettuata per tutti i valori di N_1 nel range compreso tra 20 e 1000.



Selezione sulla base di criteri non casuali del campione di reti Random (Kirchner, 1993)

Le due popolazioni di reti non-random così ottenute sono state poi sottoposte (come la popolazione random originaria) all'ordinamento gerarchico mediante le leggi di Horton, grazie al quale sono state di seguito ricavate le analoghe distribuzioni di probabilità relative ai tre parametri R_a , R_b e R_L . Nel caso della selezione effettuata sulla base del diametro, le due popolazioni generate presentano una configurazione che già sotto l'aspetto visivo appaiono marcatamente differenti, per cui il primo gruppo (costituito da reti con valore del diametro inferiore al valore medio) può essere definito come "COMPACT NETWORKS", mentre il secondo "ELONGATED NETWORKS".

Le curve relative alle distribuzioni di probabilità dei due gruppi sono state messe a confronto:



Confronto tra le pdf del gruppo di reti “COMPACT” e il gruppo “ELONGATED” (Kirchner, 1993)

Dai tre grafici risulta chiaramente come, nonostante i due gruppi (“Compact” e “Elongated”) siano entrambi non-random, essi presentano comunque una curva di distribuzione dei tre parametri di Horton che risulta molto simile a quella del gruppo random iniziale.

Kirchner valuta anche il grado di similarità tra queste distribuzioni mediante una stima dei campioni non-random necessari per rigettare le ipotesi che tali campioni siano derivabili da reti di tipo random. (vedi tabella).

TABLE 1. SAMPLE SIZE NEEDED TO DISTINGUISH NONRANDOM GROUPS OF NETWORKS

Networks	R_B^*	ss^\dagger	R_L^*	ss^\dagger	R_A^*	ss^\dagger
Random networks	3.8 ± 0.4		2.1 ± 0.4		4.3 ± 0.6	
Nonrandom subsets selected according to:						
Diameter						
\geq median	3.9 ± 0.5	169	2.2 ± 0.4	61	4.4 ± 0.7	276
\leq median	3.7 ± 0.4	169	1.9 ± 0.3	61	4.2 ± 0.5	277
Width						
\geq median	3.6 ± 0.4	143	1.9 ± 0.3	77	4.2 ± 0.5	232
\leq median	3.9 ± 0.5	140	2.2 ± 0.4	75	4.5 ± 0.7	227
Mean source height						
\geq median	3.9 ± 0.5	190	2.2 ± 0.4	64	4.4 ± 0.7	382
\leq median	3.7 ± 0.4	190	1.9 ± 0.3	64	4.2 ± 0.5	383
Mean source height / diameter						
\geq median	3.8 ± 0.4	12719	2.0 ± 0.3	4906	4.3 ± 0.6	3290
\leq median	3.8 ± 0.5	12506	2.1 ± 0.4	4855	4.3 ± 0.6	3262

*Means \pm standard deviations for Monte Carlo sample of 9800 networks evenly distributed from $N_f = 20$ to $N_f = 1000$, and for nonrandom subsets created by dividing random sample in half according to various topological criteria (see text).

†Approximate number of samples from nonrandom distribution that would be needed to reject ($p = 0.05$) hypothesis that samples were drawn from random networks, using Kolmogorov-Smirnov test for differences in distributions. Student's t-test is not used, because distributions are both skewed and leptokurtic.

Tabella dei risultati ottenuti sulla base di diversi criteri “non random” di campionamento, effettuato sul campione “random” originario (Kirchner, 1993)

Quindi secondo Kirchner i rapporti di Horton non consentono di distinguere efficacemente reti di tipo random da reti non-random. Il fatto che il modello random di Shreve predica le leggi di Horton e i relativi parametri non è sufficiente a dimostrare che le reti naturali siano davvero delle reti random.

Kirchner si interroga infine sulla possibilità di dare a tali risultati un valore di carattere generale. Tale possibilità dipende dalle seguenti questioni:

1. L'influenza delle ipotesi di lavoro assunte, in particolare quella secondo la quale le lunghezze medie e le aree contribuenti medie rimangono invariate al variare dell'ordine. Per risolvere questo dubbio l'autore ha rifatto le medesime analisi introducendo una variazione del 50% nella lunghezza dei rami di primo ordine e un raddoppio delle aree contribuenti dei rami del primo ordine. Con l'introduzione di tali modifiche i risultati di R_L e R_a cambiano rispettivamente di un valore pari a 0.1 e 0.2. Quindi a parere di Kirchner le ipotesi assunte non inficiano la possibilità di dare ai risultati un valore di carattere generale.
2. I risultati possono dipendere dal campo di variazione adottato per N_1 ? A questa domanda l'autore risponde negativamente, in quanto ripetendo le stesse analisi per differenti campi di variazione di N_1 (N_1 variabile tra: 20-1000; 20-200; 20-500; 50-1000; 20-100000) i risultati ottenuti non hanno mostrato differenze significative, per quanto riguarda le pdf dei rapporti di Horton;
3. Sono i risultati dipendenti dal criterio utilizzato per la selezione dei due sottogruppi di reti non-random? Kirchner risolve questa ultima questione operando sul campione random originario una selezione sulla base di altri parametri geomorfologici (vedi tabella precedente) e ottenendo ogni volta, per le due popolazioni non-random generate, distribuzioni di probabilità analoghe a quelle ottenute con il primo criterio di selezione.

Conclusioni dell'analisi di Kirchner:

Una volta risolte le questioni appena citate l'autore riassume le seguenti conclusioni di carattere generale:

1. Questi risultati mostrano che i parametri di Horton sono dei deboli indicatori in merito al problema di stabilire se le reti siano o meno di tipo random. Altri lavori, di altri autori, hanno mostrato deviazioni sistematiche dalle ipotesi di casualità delle reti naturali, perfino dove i fattori di natura geologica erano assenti (Smart, 1978; Abramhs, 1984). Ciò detto, il modello random per la generazione delle reti rimane particolarmente utile come "null-ipotesis", perché è conciso e le sue implicazioni possono essere calcolate rapidamente;
2. Queste analisi mostrano che i tre parametri di Horton R_a , R_b e R_L sono profondamente "indifferenti" alla struttura di una rete idrografica. Le leggi di ordinamento dei canali pensate da Horton impongono di fatto una gerarchia nelle reti di canali, e dunque esse "costringono" i parametri R_a , R_b e R_L entro campi di variabilità ristretti, in questo modo costringendo entro una sostanziale uniformità anche le statistiche da essi derivate. Ciò rende difficile decifrare la possibilità o meno che ci sia una strutturale uniformità soggiacente alle reti stesse.

3. Questi risultati confermano la tesi di quanti, prima di Kirchner, avevano ipotizzato che i parametri R_a , R_b e R_L , sono un prodotto "artificiale" e conseguente all'applicazione delle regole di ordinamento gerarchico (Bowden e Wallis, 1964; Milton, 1966; Smart, 1978, ma anche lo stesso Shreve, 1969). I rapporti Hortoniani sono di fatto scarsamente "sensibili" alle marcate differenze esistenti tra le strutture a rete. Infatti è possibile ad esempio vedere come i due gruppi di reti "COMPACT" e "ELONGATED" networks, caratterizzati da evidenti differenze morfologiche, presentano di fatto valori dei rapporti R_a , R_b e R_L molto simili tra loro.
4. Quindi tali conclusioni non implicano che le reti di canali siano sprovviste di caratteristiche geometriche o topologiche distintive, piuttosto esse ci dicono che, se tali caratteristiche ci sono, queste non sono rivelabili in modo efficace dai tre parametri di Horton.
5. Sviluppare nuove tecniche per individuare la struttura caratteristica delle reti di canali, e spiegare tale struttura in termini meccanici, rimane a parere di Kirchner un problema centrale nella geomorfologia fluviale quantitativa.

4.3 La risposta idrologica geomorfologica (GIUH)

L'idrogramma unitario geomorfologico (G.U.H., Geomorphological Unit Hydrograph, Rodriguez-Iturbe e Valdés, 1979; Gupta et al., 1980) è un modello della trasformazione della pioggia netta in deflusso di pioggia che si basa sull'esistenza di un legame in qualche misura funzionale tra l'idrogramma unitario istantaneo (IUH, Instantaneous Unit Hydrograph) e le caratteristiche geomorfologiche del bacino.

Seguendo l'esposizione riassunta sinteticamente in Rodriguez Iturbe e Bras (1989), in particolare la schematizzazione proposta da Gupta e al (1980), è possibile descrivere nei termini seguenti i principi che stanno a fondamento dell'idrogramma unitario geomorfologico (G.U.H.).

L'analisi si concentra su una goccia di pioggia caduta su un qualsiasi punto del bacino, scelta a caso, e sul percorso compiuto da questa per raggiungere la sezione di chiusura del bacino stesso.

Durante questo percorso la goccia effettuerà delle “*transizioni*” da canali di ordine inferiore a canali di ordine superiore. Vengono pertanto definite “*transizioni*” i passaggi di “*stato*”, dove per “*stato*” (r_ω) si deve intendere l'ordine gerarchico Hortoniano del canale entro cui la goccia di pioggia risiede all'istante considerato, oppure l'ordine del “*versante*” (a_ω) (per cui vi è anche uno stato “*versante*”) dove è caduta la goccia, se questa non ha ancora raggiunto un canale.

Valgono dunque le seguenti regole:

1. Quando una goccia appartiene ancora allo stato versante a_ω , a tale stato compete un ordine di valore pari all'ordine r_ω del canale verso il quale il versante drena direttamente;
2. Le uniche transizioni possibili dagli stati di versante a_ω sono verso i corrispondenti stati canale r_ω . Negli stati canale sono possibili solo transizioni del tipo $\omega \rightarrow j$ con $j > \omega$ ($j = \omega + 1, \dots, \Omega$);
3. Viene assegnato alla sezione di chiusura un ordine $\Omega+1$, che rappresenta lo stato finale della goccia giunta a destinazione, oltre al quale nessuna altra transizione è possibile;

L'approccio consiste nel considerare l'IUH geomorfologico come la distribuzione di frequenza dei tempi di arrivo delle gocce alla sezione di chiusura in seguito ad una pioggia uniformemente distribuita, di applicazione istantanea e di volume unitario.

Quindi in termini di probabilità è possibile scrivere la funzione di probabilità generale:

$$P(T_B \leq t) = \sum_{s \in S} P(T_s \leq t) * P(s)$$

Dove $P(\dots)$ rappresenta la probabilità di accadimento della relazione entro parentesi. T_B è il tempo di viaggio fino alla sezione di chiusura del bacino; T_s è il tempo di residenza della goccia all'interno di

un particolare percorso “s”, mentre $P(s)$ è la probabilità che una goccia segua il percorso “s”. “S”, infine, è l'insieme di tutti i possibili percorsi “s”.

T_s viene definito anche come la somma dei tempi di viaggio della goccia all'interno degli stati che compongono il dato percorso “s”.

Pertanto sarà:

$$T_s = T_{a_i} + T_{r_i} + T_{r_j} + \dots + T_{r_\Omega}$$

Dove T_{a_i} è il tempo di viaggio all'interno dello stato versante, mentre i restanti T_{r_i} sono i tempi di viaggio all'interno dei canali rispettivamente di ordine i, j, \dots, Ω .

Questi tempi, necessari alla goccia d'acqua per raggiungere la sezione di chiusura, sono assunti come variabili casuali caratterizzate da una densità di probabilità (p.d.f.) del tipo $f_{T_{a_i}}(t)$ oppure $f_{T_{r_i}}(t)$.

Pertanto è possibile descrivere la densità di probabilità del tempo totale di viaggio nel percorso “s”, T_s , come risultato della convoluzione delle densità di probabilità di ogni singolo tempo di residenza:

$$f_{T_s}(t) = f_{T_{a_i}}(t) * f_{T_{r_i}}(t) * \dots * f_{T_{r_\Omega}}(t)$$

Dove il simbolo “*” rappresenta in questo caso l'operatore di convoluzione.

Questa scrittura è possibile nell'ipotesi, verosimile, che i tempi di residenza si possano considerare variabili casuali indipendentemente distribuite.

Nel lavoro di Rodriguez Iturbe e Valdes (1979) vengono a tale proposito assunte le seguenti ulteriori ipotesi semplificative:

- il tempo di residenza nello stato di versante possa essere considerato trascurabile, per cui $f_{T_{a_i}}(t)$ è pari a 0;
- I vari $f_{T_{r_i}}(t)$ possano essere espressi da una relazione del tipo:

$$f_{T_{r_\omega}}(t) = K_\omega \cdot \exp(-K_\omega \cdot t)$$

dove K_ω rappresenta un parametro caratteristico del canale di ordine ω (unità di misura: inverso del tempo, t^{-1}).

Ciò significa che con tale ipotesi si impone che il tempo di residenza di una goccia d'acqua all'interno di un canale di ordine ω obbedisca ad una distribuzione di probabilità di tipo esponenziale.

Poiché il valore medio del tempo di residenza descritto dalla legge di tipo esponenziale sopra descritta è pari al valore $\frac{1}{K_\omega}$, Rodriguez Iturbe e Valdes suggerirono per la stima di K_ω la seguente espressione:

$$K_\omega = \frac{v}{\overline{L_\omega}}$$

Dove v è la velocità media all'interno della rete di drenaggio del bacino, e rappresenta il parametro dinamico, mentre $\overline{L_\omega}$ rappresenta la lunghezza media del canale di ordine ω . Come peraltro confermato da numerose osservazioni sperimentali (ad es. Leopold e Maddock, 1953, Pilgrim, 1977), il valore della velocità media v lungo la rete drenante varia in maniera poco significativa. In particolare Leopold e Maddock hanno mostrato come la variazione di velocità lungo la rete, considerando una portata di frequenza assegnata, sia molto piccola. Ciò sarebbe dovuto alle variazioni geometriche che intervengono sulla rete di canali, procedendo dai rami sorgente verso i rami di ordine maggiore; infatti, le modifiche relative alla larghezza, alla profondità e alla stessa scabrezza dei canali tendono a compensare gli effetti sulla velocità media prodotti dalla diminuzione di pendenza che si verifica procedendo verso le zone di pianura.

La probabilità da parte di una goccia di seguire un determinato percorso “s” è data da:

$$P(s) = \theta_i \cdot P_{ij} \cdot P_{jk} \dots \cdot P_{l\Omega}$$

Dove θ_i è la probabilità di stato iniziale, ovvero la probabilità che la goccia inizi il suo percorso in un versante che drena in un canale di ordine i , mentre P_{ij} è la probabilità di transizione dal canale di ordine i al canale di ordine j .

Nel lavoro di Rodriguez Iturbe e Valdes (1979) lo sforzo della ricerca è stato appunto quello di dimostrare che sia la probabilità di stato iniziale θ_i che le probabilità di transizione P_{ij} sono dipendenti solo dalle caratteristiche geomorfologiche del bacino naturale. In particolare che è possibile legare l'espressione delle due probabilità ai parametri di Horton R_a , R_b e R_L .

Considerando che l'IUH geomorfologico (GIUH) può essere pensato come la derivata rispetto al tempo della funzione di probabilità generale, relativa al tempo di viaggio di una goccia di pioggia all'interno di un bacino,

$$GIUH = q(t) = \frac{d}{dt}(P(T_B \leq t)) = \frac{d}{dt} \left(\sum_{s \in S} P(T_s \leq t) * P(s) \right)$$

Rodriguez e Iturbe (1979) proposero in prima approssimazione di considerare l'ipotesi semplificata di IUH di forma triangolare, in quanto tale equazione, se esplicitata, conduce ad una espressione analitica piuttosto complessa. Nel caso di un bacino di ordine 3, il valore della portata di picco q_p e del tempo di picco t_p sono in tal caso dati da:

$$q_p = \frac{1.31}{L_\Omega} \cdot R_L^{0.43} \cdot v \quad [ore^{-1}]$$

$$t_p = \frac{0.44 \cdot L_\Omega}{v} \cdot \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.55} R_L^{-0.38} \quad [ore]$$

Dove L_Ω rappresenta la lunghezza media del ramo di ordine maggiore, v è la già menzionata velocità media in rete, mentre R_a , R_b e R_L sono i parametri geomorfologici di Horton.

Il prodotto tra la portata di picco e il tempo di picco, $G^* = q_p * t_p$, è dato da:

$$G^* = q_p * t_p = 0.58 \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.55} R_L^{0.05}$$

E dipende unicamente dai tre parametri di Horton.

4.3.1 Principali elementi di criticità nella teoria del "GIUH"

Gli aspetti principalmente problematici nella teoria del GIUH proposta da Rodriguez e Iturbe si possono riassumere nei punti seguenti:

1. Come già osservato da Gupta & Waymire (1983), ma ancora più incisivamente da Kirchner (1993), l'ordinamento gerarchico della rete di canali effettuata con il metodo di Horton-Strahler non assicura una caratterizzazione soddisfacente della funzione di risposta del GIUH, in quanto non emerge l'influenza sulla stessa da parte delle caratteristiche geomorfologiche del bacino. I risultati

del lavoro di Kirchner mostrano infatti come i tre parametri di Horton-Strahler non siano in grado di caratterizzare efficacemente la relazione tra le proprietà geomorfologiche del bacino e il tipo di risposta idrologica.

2. Un altro aspetto problematico riguarda l'ipotesi di distribuzione esponenziale assunta da Rodriguez Iturbe e Valdes per il tempo di residenza all'interno dei rami di ordine dato. Tale assunzione risulta utile e pratica perché consente di risolvere l'espressione di convoluzione precedentemente descritta. Però di fatto con tale ipotesi il GIUH diventa matematicamente equivalente all'IUH generato da un sistema di serbatoi lineari posti in serie e in parallelo. Come infatti hanno dimostrato Chutha e Dooge (1989, vedi il paragrafo seguente), il modello originario di Rodriguez Iturbe e Valdes può essere sostituito da una rete di serbatoi lineari, che riproduca la configurazione del reticolo idrografico reale. Ma se questo è vero, allora ciò che dovrebbe caratterizzare il GIUH rispetto al modello concettuale formato da serbatoi lineari dovrebbe essere la dipendenza del GIUH dalla morfologia del bacino (Shamseldin e Nash, 1998). Dipendenza che, come evidenziato al punto 1, non pare essere resa in maniera efficace con i parametri di Horton.

3. Anche l'assunzione di considerare trascurabile il tempo di residenza nello stato di versante presenta dei problemi. Infatti, la velocità di versante è mediamente così bassa rispetto alle velocità di canale che anche in situazioni in cui le lunghezze di versante sono brevi il tempo di residenza in versante può essere rilevante e dunque non trascurabile ai fini della convoluzione. Vari studiosi hanno cercato di colmare tale lacuna, cercando di determinare anche per i tempi di residenza di versante una distribuzione di probabilità analoga a quella definita per i tempi di residenza all'interno dei canali (Wiss, 1988);

4. Un ultimo aspetto problematico riguarda il parametro dinamico rappresentato dalla velocità media "v" in rete. Esso è un parametro che deve essere assegnato in maniera soggettiva, ovvero deve essere assegnato sulla base di misure sperimentali e rappresenta una fonte di incertezza. Per questo motivo Rodriguez Iturbe e Valdes (1982 a,b) hanno cercato una diversa formulazione del GIUH, che consentisse l'espressione della portata di picco e del tempo di picco senza la necessità di ricorrere al parametro dinamico "v". Il risultato dei loro sforzi fu la formulazione dell'IUH "Geomorfoclimatico", nel quale il parametro "v" viene ad essere espresso come funzione della pioggia efficace e della durata della precipitazione. Ecco perché il termine "Geomorfoclimatico", perché appunto in questo caso la risposta idrologica viene messa in relazione sia con le caratteristiche geomorfologiche che con quelle climatiche del bacino.

4.3.2 Modello Geomorfologico (GUH) come una cascata di serbatoi lineari

Nel 1989 P. Chutha e J. Dooge hanno formulato una diversa rappresentazione del GUH, basata su uno schema deterministico costituito da una serie di serbatoi lineari posti in serie e in parallelo. I due autori hanno definito una diversa espressione della risposta idrologica geomorfologica unitaria, equivalente allo schema probabilistico sviluppato in origine da Rodriguez Iturbe e Valdes. Tale schema deterministico ha il pregio di consentire un uso più agevole del modello geomorfologico, in quanto in tale modo vengono evitate alcune delle difficoltà connesse con l'approccio probabilistico della risposta idrologica di un bacino formulato originariamente, come ad esempio la necessità di ricorrere ad espressioni statistiche complesse (ad esempio i processi semi-markoviani), utilizzate nella trattazione originaria di Rodriguez Iturbe e Valdes. Inoltre questo approccio, assimilando la rete di canali naturale ad una rete di serbatoi disposti in serie e in parallelo, consente di svolgere delle interessanti analisi comparative con gli altri modelli esistenti (ad esempio con i modelli di tipo concettuale, come il modello di Nash) per quanto riguarda i parametri di forma e i parametri di scala.

Il modello di Chutha e Dooge si basa pertanto sui seguenti assunti:

1) Il concetto probabilistico, sviluppato da Shreve, secondo il quale le reti naturali che rispettano le leggi geomorfologiche hanno la più alta probabilità di accadimento tra tutte le reti casuali topologicamente distinte. Gli autori si servono inoltre di alcune relazioni sviluppate da Shreve che consentono di ricavare i valori probabili della configurazione dei rami tributari, a partire da un numero dato di rami del primo ordine (N_1). In particolare, valgono le seguenti espressioni di probabilità:

$$p_{12} = \frac{N_2}{2N_2 - 1} (N_1 - 2N_2)$$

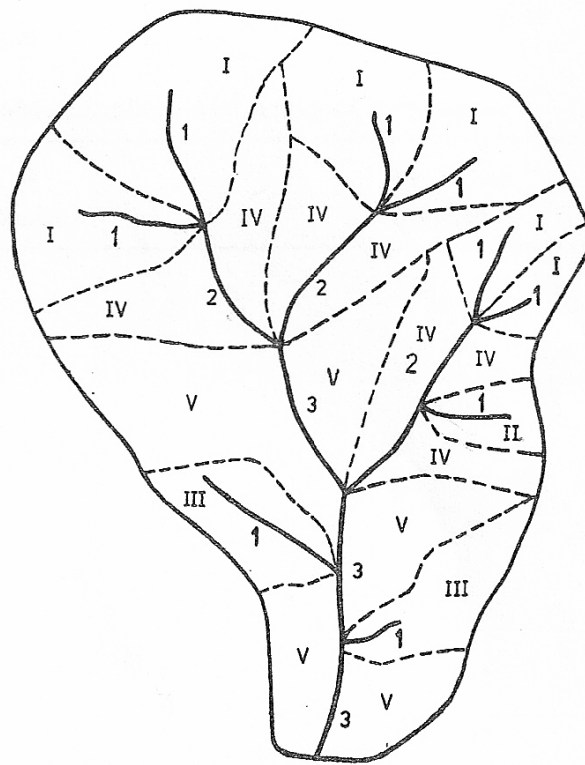
$$p_{13} = \frac{N_2 - 1}{2N_2 - 1} (N_1 - 2N_2)$$

$$\frac{p_{12}}{p_{13}} = \frac{N_2}{N_2 - 1}$$

, dove p_{12} rappresenta la probabilità che un canale del primo ordine confluisca in un canale del secondo ordine, mentre p_{13} rappresenta la probabilità che un canale del primo ordine confluisca in un canale del terzo ordine

2) Una schematizzazione della rete di canali naturale che assimila la risposta idrologica ad una serie di serbatoi lineari, posti in serie ed in parallelo, non necessariamente uguali tra loro e ubicati in corrispondenza dei nodi della rete. Tali serbatoi sono caratterizzati da un coefficiente di invaso K_i (in generale di valore diverso per ogni serbatoio), e di fatto sostituiscono dal punto di vista matematico la distribuzione di tipo esponenziale del tempo di residenza di una goccia all'interno di un canale di ordine i , quale era stata prevista nello schema probabilistico originario proposto da Rodriguez iturbe e Valdes (1979).

Ad esempio, per un bacino del terzo ordine come quello rappresentato in figura, è possibile schematizzare la rete di canali nel modo seguente:



Esempio di bacino idrografico di ordine 3 (da Chutha e J. Dooge, 1989)

Sulla base delle assunzioni che stanno alla base dell'approccio geomorfologico, il deflusso dai bacini di tipo I e II avviene attraverso i serbatoi K_1 , K_2 , K_3 e K_4 ; mentre il deflusso dai bacini di tipo III avviene attraverso i serbatoi K_1 , K_3 e K_4 , dal tipo IV attraverso i serbatoi K_2 , K_3 e K_4 e dai bacini di tipo V attraverso serbatoi K_3 e K_4 .

Nell'ipotesi che $K_3 = K_4$ è quindi possibile descrivere il GUH per mezzo della seguente espressione:

$$GUH = A \cdot \frac{\exp\left(-\frac{t}{K_1}\right)}{K_1} + B \cdot \frac{\exp\left(-\frac{t}{K_2}\right)}{K_2} + C \left(\frac{t}{K_3}\right) \cdot \frac{\exp\left(-\frac{t}{K_3}\right)}{K_3} + D \cdot \frac{\exp\left(-\frac{t}{K_3}\right)}{K_3}$$

Dove i coefficienti A, B, C e D dipendono dai parametri di Horton R_B e R_A e dai valori relativi di K_1 , K_2 e K_3 . Le espressioni di tali coefficienti sono state ricavate dai due autori e riportate in appendice al loro articolo.

Descrizione degli esperimenti numerici effettuati da Chuta e Dooge:

Al fine di verificare le proprietà del modello così sviluppato, i due autori hanno condotto tre serie differenti di esperimenti numerici per verificare la dipendenza del GUH dalle caratteristiche geomorfologiche della rete naturale.

In tutti e tre le serie di esperimenti sono state utilizzate 1100 combinazioni di valori dei parametri geomorfologici di Horton (R_a , R_b e R_L), nel range di valori compreso tra $2.5 \leq R_B \leq 5$, $1.5 \leq R_L \leq 4.1$, $3 \leq R_a \leq 6$, per generare i seguenti parametri adimensionali caratteristici per ogni GUH:

- Tempo di picco del GUH $= \frac{t_p}{K_1}$;
- picco del GUH $= q_p \cdot K$;
- momento di ordine 1 rispetto all'origine degli assi $= \frac{t_L}{K_1}$;
- momento di ordine 2 rispetto al baricentro del GUH $= \frac{U_2}{t_L^2}$;
- momento di ordine 3 rispetto al baricentro del GUH $= \frac{U_3}{t_L^3}$;

Prima serie di esperimenti:

La prima serie di esperimenti numerici è servita per verificare la dipendenza del GUH dalle caratteristiche geomorfologiche della rete naturale. In maniera analoga a quella usata da Rodriguez Iturbe e Valdes (1979) sono stati calcolati mediante una analisi di regressione le relazioni che legano il tempo di picco e la portata di picco ai parametri di Horton:

$$\frac{t_p}{K_1} = 1.49 \cdot \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.57} R_L^{1.65}$$

$$q_p \cdot K_1 = 0.39 \cdot \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{-0.11} R_L^{-1.65}$$

$$q_p \cdot t_p = 0.58 \cdot \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.46}$$

Seconda serie di esperimenti:

Nella seconda serie di esperimenti i due autori hanno determinato le espressioni della relazione $q_p \cdot t_L$, con t_L corrispondente al lag time, ovvero al momento del primo ordine del GUH rispetto all'origine (U_1^1). Tale espressione è stata valutata per tre ipotesi differenti nella descrizione del tempo di residenza della goccia d'acqua all'interno dei canali, e dunque (nel modello da loro sviluppato), nella assegnazione della costante di invaso K di ogni serbatoio. Posto:

$$\frac{K_2}{K_1} = R_L^g$$

$$\frac{K_3}{K_1} = \frac{K_4}{K_1} = 0.5 \cdot R_L^{2g}$$

Le tre ipotesi studiate sono state le seguenti:

$g=1$ (ipotesi utilizzata nel lavoro svolto da Rodriguez Iturbe e Valdes, 1979);

$g=0.33$ (ipotesi utilizzata nel lavoro svolto da Gupta et al., 1980);

$g=0.01$ (ipotesi corrispondente ad assumere serbatoi uguali per tutti i nodi);

Le tre espressioni ricavate per il prodotto $q_p \cdot t_L$ sono state le seguenti:

$$g=1 \quad q_p \cdot t_L = 0.80 \cdot \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^{0.18} R_L^{0.04}$$

$$g=0.33 \quad q_p \cdot t_L = 0.79 \cdot \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^{0.17} R_L^{0.01}$$

$$g=0.01 \quad q_p \cdot t_L = 0.75 \cdot \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^{-0.003} R_L^{-0.0001}$$

Terza serie di esperimenti:

Noto il valore del momento del primo ordine rispetto all'origine degli assi (t_L), i due autori hanno determinato i momenti adimensionali m_2 e m_3 , ovvero i due parametri di forma che consentono di verificare la forma del GUH in esame nel grafico $m_2 - m_3$ (vedi paragrafo 3.7).

Nel caso $g=1$, ovvero nelle ipotesi di Rodriguez Iturbe, facendo girare il modello nel range di valori dei parametri di Horton sopra descritti è stata ottenuta la seguente relazione:

$$m_3 = 1.73 \cdot m_2^{1.88}$$

Con coefficiente di correlazione pari a $r^2 = 0.955$;

Nel caso $g=1/3$, ovvero nelle ipotesi di Gupta è stata ottenuta la seguente relazione:

$$m_3 = 1.865 \cdot m_2^2$$

Con coefficiente di correlazione pari a $r^2 = 0.991$;

Infine nel caso $g=0.01$, ovvero nelle ipotesi corrispondente ad assumere serbatoi uguali per tutti i nodi è stata ottenuta la seguente relazione:

$$m_3 = 2.01 \cdot m_2^{2.04}$$

Con coefficiente di correlazione pari a $r^2 = 0.991$;

Si tenga presente che la medesima relazione ottenuta per il modello di Nash è uguale a:

$$m_3 = 2.0 \cdot m_2^2$$

La somiglianza delle relazioni ottenute nei tre casi studiati ($g=1$; $g=1/3$; $g=0.01$) con la relazione ottenuta per il modello di Nash (vedi paragrafo 3.7), quindi nel caso di una cascata lineare di serbatoi identici, porta a concludere che la forma del idrogramma unitario geomorfologico è del tutto confrontabile con quella data dal modello di Nash, persino nel caso di $g=1$, ovvero nel caso di GUH ottenuto con le ipotesi originarie assunte da Rodriguez Iturbe e Valdes (1979).

4.3.3 La critica di Nash e Shamseldin all'idrogramma unitario geomorfologico (GUH) (1998):

Nel 1998 Nash e Shamseldin hanno svolto una analisi critica dell'idrogramma unitario geomorfologico (GUH). I risultati di tale analisi portano i due autori alla conclusione che la forma dell'idrogramma istantaneo geomorfologico (GUH) sia fortemente condizionata dall'ipotesi assunta alla base dell'approccio geomorfologico, ovvero l'ipotesi che i tempi di residenza delle gocce d'acqua all'interno di ogni ramo sia descrivibile da una funzione di tipo esponenziale. Come è stato ben dimostrato da Chutha e Dooge (1989), tale assunzione implica che la rete di canali sia assimilabile ad una rete di serbatoi lineari disposti tra loro in serie e in parallelo. Pertanto, a parere di Nash e Shamseldin, l'influenza dei descrittori geomorfologici sulla forma del GUH rimane di

difficile valutazione, stante appunto il peso esercitato dall'ipotesi appena descritta. Per quanto riguarda invece il fattore di scala del GUH, i due autori mettono in evidenza come esso debba essere ricavato da relazioni empiriche, non definite implicitamente dalla teoria dell'approccio geomorfologico.

Pertanto i due autori arrivano alla conclusione che la teoria del GUH non fornisce un nesso causale tra le leggi geomorfologiche e la risposta dinamica di un bacino ad una precipitazione. Inoltre la teoria proposta risulta lacunosa nella determinazione della scala del GUH (in quanto il fattore di scala risulta dipendente necessariamente da fattori che devono essere determinati per mezzo di osservazioni sperimentali) e, per quanto riguarda la forma, essa si basa su ipotesi non verificabili (untested). Per arrivare a queste conclusioni i due autori hanno condotto una serie di simulazioni su un campione di reti costruite in modo tale che esse non rispettassero necessariamente le leggi di Horton, per cui veniva esclusa l'influenza sui risultati dei fattori geomorfologici.

Per esaminare più in dettaglio il lavoro svolto da Nash e Shamseldin, di seguito viene riportata una sintesi redatta dal prof. Moisello (2006), che in virtù della sua efficacia espositiva ben riassume l'attività svolta dai due autori:

“Il modello originario del GUH (GUH, Geomorphological Unit Hydrograph) utilizza uno schema probabilistico. Chutha e Dooge (1989) hanno però mostrato che al modello originario si può sostituire una rete di serbatoi lineari (n.d.r.: vedi paragrafo precedente), che riproduca la configurazione del reticolo idrografico reale. Per determinare la scala dell'IUH (la cui misura è un tempo caratteristico: per esempio l'ascissa del picco), non sono sufficienti le caratteristiche geomorfologiche, rappresentate dai numeri di Horton e dalla lunghezza del corso d'acqua di ordine maggiore, per la cui conoscenza basta l'informazione contenuta in una carta topografica: occorre fare ricorso a misure (di velocità, oppure di ritardo del bacino), oppure a relazioni empiriche tra una misura della scala e qualche grandezza geomorfologica caratteristica del bacino. Rappresentando il reticolo idrografico con una rete di serbatoi lineari, occorre assumere una qualche relazione (non osservata) tra i coefficienti (costanti di tempo) dei serbatoi e gli elementi del reticolo idrografico, vale a dire i tronchi (Strahler, 1964) dei diversi ordini (Chutha e Dooge, 1989).

Se si prescinde dalle relazioni empiriche, necessarie come si è visto per determinare la scala dell'IUH, la teoria del GUH si riduce necessariamente a una teoria che pone in relazione la forma dell'IUH con le caratteristiche geomorfologiche del bacino facendo due assunzioni fondamentali (Shamseldin e Nash, 1998):

- La prima assunzione è che l'IUH di un reticolo idrografico equivale a una rete di serbatoi lineari, che rispetta qualche relazione predefinita (che varia a seconda degli autori) tra i coefficienti dei serbatoi e le caratteristiche fisiche del reticolo idrografico. Alcuni autori assumono i coefficienti

dei serbatoi proporzionali alle lunghezze dei tronchi del reticolo idrografico (Gupta et al., 1980; Chutha e Dooge, 1989); altri (Rodriguez-Iturbe e Valdés, 1979) li assumono proporzionali alla lunghezza dei tronchi divisa per una velocità rappresentativa. La velocità e la costante di proporzionalità forniscono una misura della scala dell'IUH, che non è definita dalla teoria e che è implicito si debba ricavare da osservazioni, misure oppure analisi di regressione sulle caratteristiche del bacino.

- La seconda assunzione è che le leggi geomorfologiche (leggi di Horton) pongono alla forma dell'IUH delle limitazioni che persistono attraverso l'analogia della rete di serbatoi lineari.

L'effetto delle leggi geomorfologiche si può dunque individuare ponendo le limitazioni corrispondenti alla rete di serbatoi lineari e calcolando l'IUH.

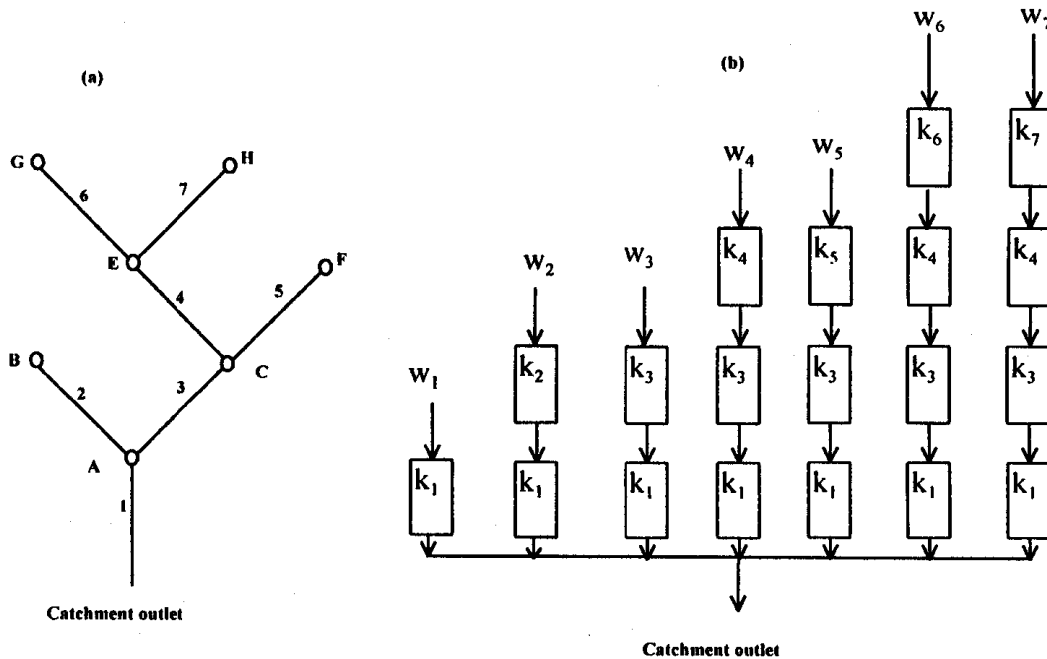
La validità della prima assunzione, che è chiaramente necessaria per la validità della seconda, non può essere data per scontata. E circa la validità della seconda occorre fare un'importante considerazione (Shamseldin e Nash, 1998).

Chuta e Dooge (1989) hanno bensì mostrato che, per reticoli idrografici che si conformano alle leggi geomorfologiche, la forma dell'IUH della rete di serbatoi lineari corrispondente ha una varietà limitata ed è molto vicina a quella dell'idrogramma unitario istantaneo di Nash. Questo però non significa che la limitazione della varietà provenga dall'imposizione delle leggi geomorfologiche. Il fatto che il modello dell'idrogramma unitario geomorfologico produca idrogrammi unitari istantanei con limitata variabilità può dipendere non dalle limitazioni imposte dalle leggi geomorfologiche, ma dalla natura stessa delle reti di serbatoi lineari. Shamseldin e Nash (1998) hanno svolto un'indagine, i cui risultati mostrano appunto che la scarsa variabilità di forma degli IUH è una conseguenza della prima assunzione (rappresentazione del reticolo idrografico come rete di serbatoi lineari), piuttosto che della seconda (imposizione delle leggi geomorfologiche).

L'indagine è stata svolta prendendo in considerazione delle reti ad albero. Ogni rete è composta da un certo numero di tronchi, ciascuno dei quali, tranne quelli del primo ordine, nasce dall'unione di due tronchi (Strahler, 1964). Ogni tronco (anche se del primo ordine) inizia con un nodo. Il massimo numero di tronchi in serie costituisce il livello della rete.

Una rete di livello L fissato è costruita con un procedimento casuale a partire da una rete di livello $L-1$, aggiungendo a monte di un certo numero di tronchi di primo ordine della rete di ordine $L-1$ una coppia di nuovi tronchi che confluiscono nel nodo iniziale. Il numero di tronchi di primo ordine della rete di ordine $L-1$ (che sono N in tutto) a monte dei quali si aggiungono due nuovi tronchi è estratto a caso da una distribuzione uniforme limitata nell'intervallo $(1, N)$ e i tronchi a cui porre l'aggiunta sono scelti a caso uno dopo l'altro, assegnando ai tronchi non ancora scelti un'uguale probabilità. Ogni nodo riceve, oltre all'afflusso meteorico, il deflusso dei due tronchi di monte

(ovviamente i nodi posti all'inizio dei tronchi di primo ordine ricevono solo l'afflusso meteorico). L'afflusso meteorico è proporzionale all'area di competenza del tronco con il quale inizia il nodo considerato. L'area di competenza di ciascun tronco è determinata estraendo a caso un numero dalla distribuzione uniforme limitata nell'intervallo (0, 1) e dividendolo poi per la somma dei numeri corrispondenti a tutti i nodi, così che l'area dell'intero bacino risulta sempre uguale a uno.



Schema di rete di livello L=3 (Shamseldin e Nash, 1998)

Ogni tronco è rappresentato da un serbatoio lineare, il cui coefficiente (costante di tempo) K è uguale a uno per il tronco che termina alla sezione di chiusura del bacino, ed è estratto a caso da una distribuzione limitata nell'intervallo (0, 1) in tutti gli altri casi. Per l'analisi sono stati presi in considerazione valori del livello della rete che vanno dal secondo al sesto compresi e per ogni livello sono state generate artificialmente 10000 reti di serbatoi lineari.

A ognuna delle reti artificiali così costruite corrisponde un idrogramma unitario istantaneo. Per caratterizzare la forma dell'IUH gli autori hanno adottato i momenti adimensionali del secondo ordine m_2 e del terzo ordine m_3 (ottenuti dividendo il momento del secondo ordine e quello del terzo per il momento del primo ordine, che è uguale all'ascissa del baricentro del grafico dell'IUH). Quindi hanno riportato in un diagramma cartesiano, con m_2 in ascisse ed m_3 in ordinate, i punti corrispondenti a tutte le reti artificiali di uno stesso livello.

Nel grafico m_2 - m_3 il punto che rappresenta una serie di serbatoi lineari è necessariamente compreso in una zona ristretta, con una caratteristica forma a falce, i cui limiti estremi sono l'origine degli assi e il punto di coordinate (1, 2) (vedi il grafico m_2 - m_3 al paragrafo 3.7). Il confine superiore della

zona è costituito dalla curva che corrisponde al caso di un serbatoio lineare posto in serie a un canale lineare, quello inferiore dalla curva che corrisponde a una serie di serbatoi lineari tutti uguali tra loro (modello di Nash). Al caso di un solo serbatoio lineare corrisponde un punto, di coordinate (1, 2); a quello di due serbatoi lineari corrisponde una linea; a quello di tre serbatoi un'area; a quello di quattro serbatoi un'altra area, e così via.

I risultati delle simulazioni mostrano che le reti ad albero, quantunque costruite senza imporre il rispetto delle leggi geomorfologiche (leggi di Horton), sono caratterizzate da IUH ai quali corrispondono punti che giacciono in prossimità della curva che rappresenta il modello di Nash. Dunque la limitata varietà degli IUH è una caratteristica delle reti di serbatoi lineari. Quindi l'imposizione del rispetto delle leggi geomorfologiche si dovrebbe tradurre in un'ulteriore limitazione. Ora, il controllo della bontà di un modello, che necessariamente si deve effettuare confrontando l'IUH corrispondente con quello empirico ricavato dalle osservazioni, oppure confrontando l'onda di piena ricostruita con quella osservata, è difficile, a causa della difficoltà di individuare la pioggia netta e il deflusso di pioggia e a causa dell'assunzione di uniformità spaziale dell'intensità di pioggia. (Spesso gli IUH empirici ricavati da diversi eventi osservati nello stesso bacino hanno una variabilità pari a quella di IUH ricavati per bacini diversi.) Sarebbe quindi praticamente impossibile controllare l'affermazione che l'imposizione delle leggi geomorfologiche produce IUH più vicini a quelli empirici degli IUH del modello di Nash. La teoria dell'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico, dunque, da un lato non fornisce una soluzione al problema della scala (che si deve necessariamente risolvere attraverso osservazioni empiriche), e dall'altro dà al problema della forma una soluzione che praticamente coincide con quella data dal modello di Nash.”

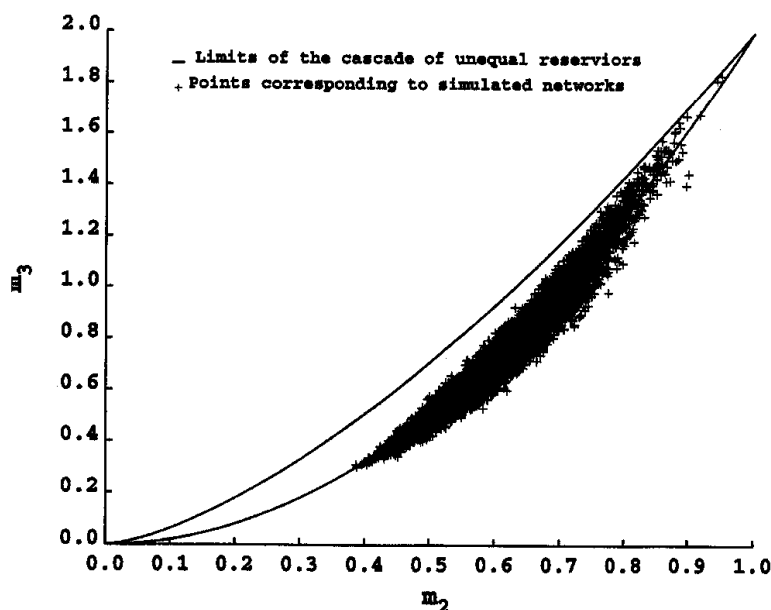


Grafico m_2 - m_3 ricavato per reti di livello $L=3$ (Shamseldin e Nash, 1998)

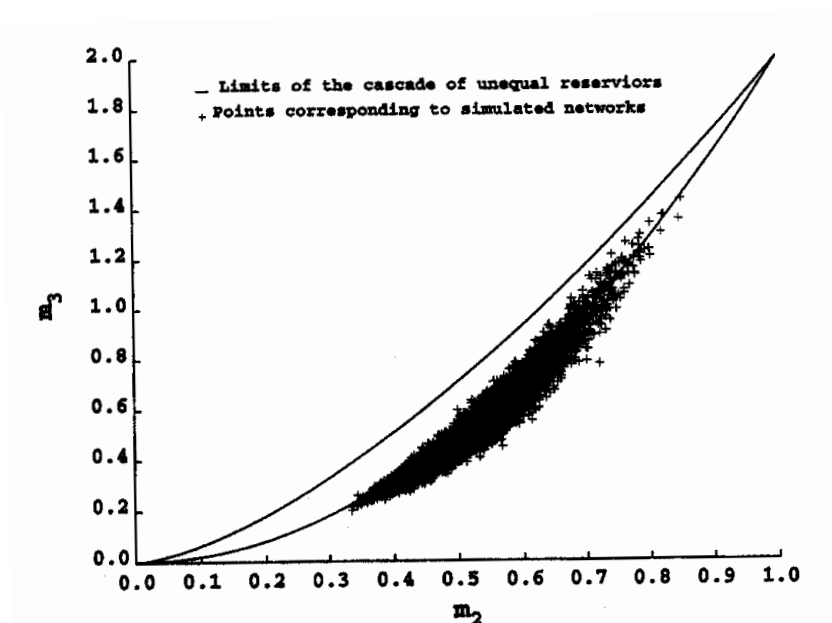


Grafico m_2 - m_3 ricavato per reti di livello $L=4$ (Shamseldin e Nash, 1998)

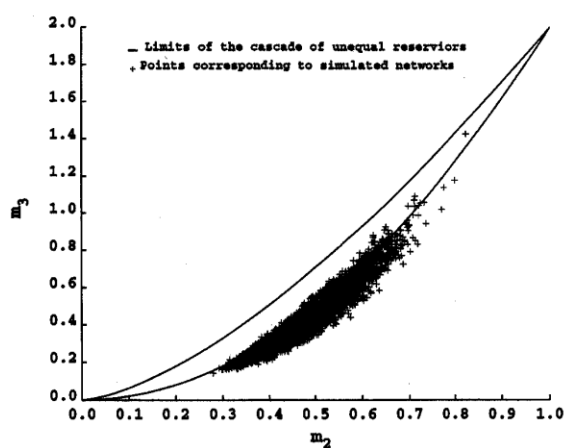


Fig. 8. The m_3 : m_2 diagram for simulated fifth level networks.

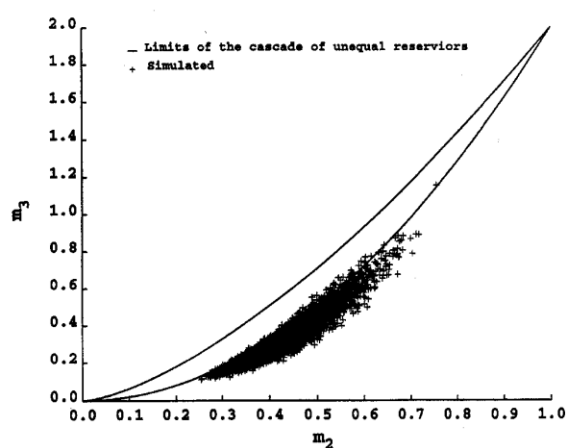


Fig. 9. The m_3 : m_2 diagram for sixth level networks.

Grafici m_2 - m_3 ricavati per reti di livello $L=5$ (a sinistra) e $L=6$ (a destra) (Shamseldin e Nash, 1998)

4.4 Espressione dei parametri di Nash per mezzo dei parametri di Horton (Rosso, 1984):

Nel 1984 Rosso ha ricavato delle espressioni analitiche che legano i parametri del modello di Nash (n , numero di serbatoi e K , coefficiente di invaso del serbatoio) alle caratteristiche geomorfologiche del bacino, per mezzo dei numeri di Horton R_a , R_b e R_L .

Tali espressioni dicono che il parametro di forma (n) del modello di Nash dipende esclusivamente dai rapporti geomorfologici di Horton, mentre il parametro di scala (K) dipende, oltre che da R_a , R_b e R_L , anche da un parametro dinamico rappresentato dalla velocità media della rete “ v ”. Tale parametro è lo stesso adottato da Rodriguez Iturbe e Valdes (1979) nello sviluppo dell'idrogramma istantaneo unitario geomorfologico (vedi par. 4.3).

La determinazione di tali espressioni è stata possibile a partire dalle espressioni analitiche ricavate da Rodriguez Iturbe e Valdes per il GIUH.

In particolare, eguagliando il prodotto tra la portata di picco e il tempo di picco dell'IUH di Nash (H^*) e l'analogo prodotto per l'IUH geomorfologico (G^*) si ottiene:

$$H^* = \frac{(n-1)^n \exp(1-n)}{\Gamma(n)} = 0.58 \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.55} R_L^{0.05} = G^*$$

Questa relazione è stata risolta per mezzo di una soluzione numerica sviluppata sulla base di uno schema iterativo proposto da Croley (1977). Tale procedura è stata ripetuta per 126 combinazioni di valori dei parametri di Horton compresi negli intervalli riscontrati sperimentalmente in natura ($2.5 \leq R_b \leq 5$; $1.5 \leq R_L \leq 3$; $3.5 \leq R_A \leq 6$).

I risultati sono stati infine sottoposti ad una analisi di regressione nello spazio logaritmico, al fine di determinare la relazione tra il parametro di forma “ n ” e le variabili indipendenti R_A , R_b e R_L .

L'espressione finale ricavata è la seguente:

$$n = 3.29 \cdot \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.78} \cdot R_L^{0.07} \quad (A)$$

Per la determinazione della relazione che lega il parametro di scala K ai rapporti di Horton, Rosso ha fatto ricorso alla seguente proprietà del modello di Nash:

$$n - 1 = t_p / K$$

Dove t_p rappresenta il tempo di picco dell'IUH di Nash. Sostituendo a t_p l'espressione ricavata da

Rodriguez Iturbe e Valdes (1979) per il GIUH si ottiene:

$$n = 1.584 \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^{0.55} R_L^{-0.38} (KvL^{-1}) + 1$$

Sostituendo questa espressione di n nella relazione **(A)**, si ottiene una nuova relazione dove la variabile dipendente risulta essere K . Analogamente a quanto fatto per il parametro n , è stata ricavata una espressione per K mediante analisi di regressione su un piano logaritmico:

$$K = 0.70 \left[\frac{R_A}{(R_B R_L)} \right]^{0.48} v^{-1} L \quad \textbf{(B)}$$

Le due espressioni **(A)** e **(B)** consentono pertanto di ricavare i parametri del modello di Nash a partire dalle caratteristiche geomorfologiche del bacino, sulla base della teoria dell'IUH sviluppata da Rodriguez Iturbe e Valdes.

Quindi consentono di verificare l'influenza dei parametri geomorfologici di Horton sulla risposta idrologica di un bacino fornita dal modello concettuale di Nash.

CAPITOLO 5

EFFETTI DELLE CARATTERISTICHE GEOMORFOLOGICHE SULLA RISPOSTA IDROLOGICA: ANALISI DI SENSIBILITA' SUI PARAMETRI DI HORTON R_a , R_b e R_L

Il problema degli effetti indotti dalle caratteristiche geomorfologiche di un bacino naturale sulla sua risposta idrologica rappresenta un tema di grande attualità per gli studiosi di idrologia.

Come già accennato, i lavori di Rodriguez Iturbe e Valdes (1979) e Gupta & Waymire (1983) hanno aperto la strada ad un approccio analitico verso il problema. Ciò nondimeno questi studi, se da un lato hanno consentito di individuare alcune relazioni di dipendenza funzionale tra la morfologia e la risposta idrologica, dall'altro hanno lasciato irrisolte alcune perplessità circa la capacità di cogliere il nesso da indagare da parte delle suddette relazioni.

Già Gupta & Waymire (1983) avevano posto il problema circa la effettiva efficacia delle leggi di Horton per descrivere gli aspetti geomorfologici all'interno delle espressioni analitiche del GIUH, e la loro capacità di caratterizzare adeguatamente la risposta idrologica. Con l'analisi svolta da Kirchner (1993), poi, tali limiti sono stati esplicitati in maniera ancora più evidente.

Come già descritto in precedenza, l'analisi di Kirchner mostra come il metodo di ordinamento gerarchico di Horton produca implicitamente una forzatura, obbligando tutte le reti possibili entro un range di parametri limitato. La limitata estensione della serie di valori che i tre parametri di Horton R_A , R_b e R_L possono assumere implica inoltre una scarsa capacità di caratterizzazione delle peculiarità geomorfologiche di un bacino rispetto ad un altro.

Nel presente capitolo vengono quindi svolte alcune analisi di sensibilità per verificare l'effettiva influenza dei parametri di Horton sulla risposta idrologica di un bacino naturale.

Il capitolo si compone di tre paragrafi. Il paragrafo 5.1 riprende alcuni dei risultati ottenuti da Kirchner (1993), per indagare più a fondo il campo di variazione dei parametri R_A , R_b e R_L . Il

paragrafo 5.2 descrive le fasi di lavoro svolte per l'analisi di sensibilità. Il paragrafo 5.3 è riservato infine ai commenti dei risultati ottenuti.

5.1 Indagine sui campi di variazione dei parametri di Horton

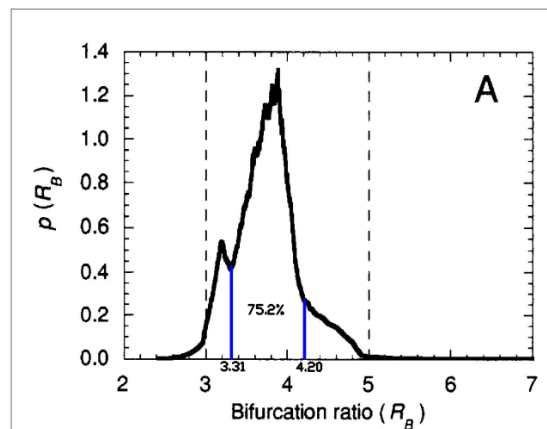
Nel lavoro di Kirchner sono rappresentate le funzioni di densità di probabilità relative ai tre parametri di Horton ottenute su un campione di 9800 reti random generate con il metodo Monte Carlo (vedi cap.4, par. 4.2). Tale campione è rappresentativo della intera popolazione di reti possibili.

Andando ad esaminare più attentamente le curve di probabilità, è possibile notare come l'estensione del campo di variabilità dei valori assunti dai tre parametri sia ancora più ristretto se, anziché considerare il 100% della popolazione di reti analizzata, si consideri una percentuale di poco inferiore, ad esempio attorno al 75%.

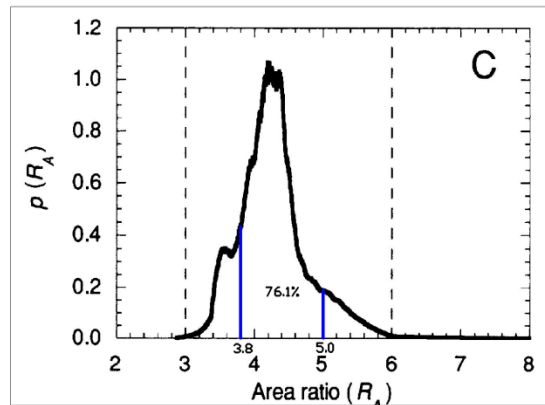
I grafici di Kirchner sono stati quindi rielaborati dallo scrivente al fine di individuare il campo di variazione dei tre parametri corrispondente a circa il 75% della popolazione di reti possibili.

Nelle figure seguenti è possibile infatti notare come, per percentuali di probabilità di accadimento prossime al 75%, il range di variabilità dei tre parametri R_a , R_b e R_L si restringa ulteriormente.

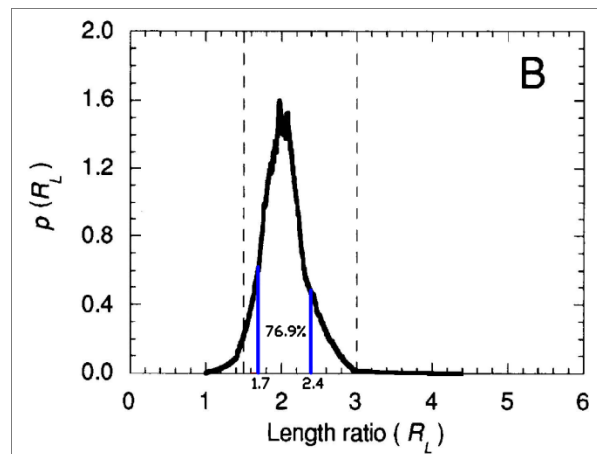
Ad esempio, nel caso del parametro di biforcazione R_b il 75.2% della popolazione ricade all'interno del range compreso tra $3.31 \leq R_b \leq 4.20$, ben più ristretto del range $3 \leq R_b \leq 5$, che caratterizza la quasi totalità delle reti possibili (e dei valori riscontrati nei bacini naturali).



Nel caso del parametro R_a , invece, il 76.1% della popolazione ricade all'interno del range compreso tra $3.8 \leq R_a \leq 5$, invece del $3 \leq R_a \leq 6$ caratteristico dell'intera popolazione.



Infine il 76.9% della popolazione relativa al parametro R_L appartiene al range $1.7 \leq R_L \leq 2.4$, invece del range $1.5 \leq R_L \leq 3$ caratteristico dell'intera popolazione. $3.31 \leq R_b \leq 4.20$



Questi risultati dunque, anche se non esplicitati direttamente nel lavoro di Kirchner, mostrano che in realtà una percentuale considerevole delle reti possibili estratte con metodo random ricade all'interno di un range di valori ancor più ristretto di quello che normalmente viene attribuito ai bacini naturali.

Ora, se è vero che la popolazione delle reti dei bacini naturali altro non è che un sotto insieme delle reti possibili (Kirchner, 1993), e se è vero che entrambe le due popolazioni presentano per i tre parametri di Horton dei campi di variazione simili, allora verosimilmente anche la popolazione dei bacini naturali ricadrà all'interno di un range più ristretto di quello descritto in letteratura, per una percentuale elevata di tale popolazione.

Tale osservazione trova una conferma indiretta in un dato sperimentale, secondo il quale nei bacini naturali cosiddetti “maturi”, quelli cioè che non mutano la loro struttura se non in modo statisticamente irrilevante e solo dopo periodi temporali molto lunghi, il range di variabilità si restringe al punto che:

$R_b \approx 4$, $R_A \approx R_b$ e $R_L \approx 2$ (da R. Rigon, Tesi di dottorato, 1994)

Pertanto nelle successive analisi di sensibilità verrà tenuto conto anche di questa ulteriore restrizione del campo di variazione dei tre parametri di Horton, per verificare l'effetto sulla risposta idrologica ad essa connesso.

5.2 Analisi di sensibilità sulla dipendenza della risposta idrologica dai parametri di Horton

Si valuta, mediante una analisi di sensibilità, l'influenza effettiva dei parametri di Horton sulla risposta idrologica di un bacino.

A tale scopo potrebbero essere seguite diverse strade, ad esempio le seguenti:

1) Svolgere una analisi di sensibilità sulle relazioni determinate da Rodriguez Iturbe e Valdes per il GIUH (1979), relazioni che esprimono appunto la portata di picco q_p e il tempo di picco t_p del GIUH in funzione dei tre parametri suddetti oltre che della velocità media in rete v e della lunghezza media del canale di ordine maggiore L_Ω (vedi cap. 4, par. 4.3):

$$q_p = \frac{1.31}{L_\Omega} \cdot R_L^{0.43} \cdot v \quad [ore^{-1}]$$

$$t_p = \frac{0.44 \cdot L_\Omega}{v} \cdot \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^{0.55} R_L^{-0.38} \quad [ore]$$

2) Eseguire una analisi di sensibilità sulle relazioni di Rosso (1984) che, come descritto precedentemente, legano i parametri del modello idrologico di Nash (parametro di forma, n , e parametro di scala, K) alle proprietà geomorfologiche del bacino (vedi cap. 4, par. 4.4):

$$n = 3.29 \cdot \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^{0.78} \cdot R_L^{0.07} \quad (A)$$

$$K = 0.70 \left[\frac{R_A}{(R_B R_L)} \right]^{0.48} v^{-1} L \quad (B)$$

Viene scelta la seconda soluzione, perché l'analisi di sensibilità svolta sulle espressioni di Rosso consente, a differenza della prima soluzione, di verificare come tale influenza si rifletta anche sulla forma dell'IUH del modello di Nash, e quindi sulla forma dell'idrogramma di piena di un bacino campione.

Inoltre tale analisi può considerarsi di interesse perché, oltre alla verifica della capacità da parte dei descrittori geomorfologici di Horton di rappresentare le peculiarità strutturali di un bacino nella risposta idrologica, sarà forse possibile sviluppare alcune considerazioni in merito alle seguenti questioni:

1. Prima di tutto in merito ad alcuni aspetti del lavoro sviluppato da Shamseldin e Nash (1998): in particolare, per quanto riguarda la critica ad una delle ipotesi che stanno alla base del modello geomorfologico (Rodriguez Iturbe e Valdes, 1979), cioè quella secondo la quale il rispetto delle leggi geomorfologiche da parte dei bacini naturali sia un fattore che limita la varietà degli IUH prodotti con l'approccio geomorfologico. Tale limitazione però, come già dimostrato nel lavoro di Shamseldin e Nash (1998), sembrerebbe molto più influenzata dalla prima ipotesi assunta a fondamento dell'approccio geomorfologico, quella secondo la quale al reticolo idrografico si può sostituire una rete di serbatoi lineari (Chutha e Dooge, 1989). Come già accennato nel paragrafo 4.4, i risultati delle simulazioni svolte da Shamseldin e Nash mostrano che le reti ad albero sono caratterizzate (anche quando esse siano costruite senza il rispetto delle leggi di Horton) da GIUH ai quali corrispondono punti, sul grafico m_2 - m_3 , che giacciono in prossimità della curva che rappresenta il modello di Nash. La teoria del GIUH, dunque, dà al problema della forma dell'IUH una soluzione che praticamente coincide con quella data dal modello di Nash (Nash e Shamseldin, 1998).

Si tratterà dunque di capire se le formule di Rosso (1984) possono essere viste anche come espressioni analitiche che traducono l'IUH geomorfologico nei termini del modello di Nash.

In altre parole, si tratterà di ragionare intorno alla seguente questione: *“Può l'analisi di sensibilità condotta sui parametri n e K del modello di Nash (ricavati con le formule di Rosso facendo variare i parametri di Horton), oltre a permettere la verifica dell'influenza di tali parametri sulla forma dell'IUH di Nash, consentire di verificare la medesima influenza sulla forma del GIUH?”*.

Se la risposta sarà positiva, allora al termine di tale analisi sarà possibile affrontare la questione non risolta nel lavoro di Shamseldin e Nash, ovvero se vi sia una influenza, e in caso affermativo di quale entità, sulla forma del GIUH da parte dei parametri geomorfologici di Horton.

2. L'analisi di sensibilità sulle formule di Rosso (1984) consentirà inoltre di verificare i risultati del lavoro di Kirchner, in particolare consentirà di apprezzare le differenze in termini di risposta idrologica tra i gruppi di reti non random (Elongated e Compact Networks), e dunque apprezzare anche nei termini più concreti di risposta idrologica la validità dei risultati statistici ottenuti dall'autore.

Per svolgere le analisi di sensibilità si è proceduto con le seguenti fasi di lavoro:

FASE N. 1: Determinazione dei campi di variazione dei due parametri n e K , in funzione dei tre parametri di Horton R_b , R_a e R_L :

Nelle due relazioni di Rosso (A) e (B) sono stati fatti variare i tre parametri di Horton nel range di variabilità dei valori riscontrati sulla base di osservazioni sperimentali: $3 \leq R_b \leq 5$, $3 \leq R_a \leq 6$, $1.5 \leq R_L \leq 3$.

Per entrambe le espressioni, quella relativa a n e quella relativa a K , è stato fatto variare il valore di uno solo dei tre parametri suddetti, mentre gli altri venivano mantenuti costanti e di valore pari al valore medio. Nella espressione di K , i valori del parametro dinamico v (velocità media in rete) e L (lunghezza media del ramo di ordine maggiore) sono stati assunti costanti e pari a:

$v=1$ m/s;

$L=5000$ m;

Inoltre nei grafici sono indicati con etichetta gialla i valori assunti dai parametri n e K imponendo al parametro di Horton in esame i valori limite inferiore e superiore determinati nell'ipotesi di considerare solo il 75% delle reti possibili (vedi par. 5.1). In questo modo è possibile verificare in che misura viene ristretto il campo di variazione di n e di K , per effetto di tale ipotesi. Tale nuovo campo di variazione verrà poi utilizzato nella FASE n. 2 per analizzare gli effetti di tale restrizione sulla risposta idrologica.

I risultati ottenuti sono riportati graficamente in appendice.

FASE N. 2: Studio dell'influenza dei tre parametri di Horton R_a , R_b e R_L sulla risposta idrologica:

Per verificare l'influenza dei parametri geomorfologici sulla risposta idrologica sono state condotte delle simulazioni con lo stesso modello numerico sviluppato in Matlab, di cui al paragrafo 3.8.

L'obiettivo è stato quello di verificare sia l'influenza sulla forma dell'IUH, sia l'influenza sull'idrogramma di piena di alcuni bacini idrografici campione.

La presente fase di lavoro è stata suddivisa in due serie di simulazioni distinte:

PRIMA SERIE

- In questa prima serie le simulazioni sono state condotte per bacini di superfici diverse (10, 50, 100 km²), soggetti a una distribuzione di pioggia di tipo beta con quantità di pioggia cumulata pari a 100 mm in 24 ore.

- Le simulazioni della prima serie hanno verificato **l'influenza esercitata da ogni singolo parametro di Horton** sulla risposta idrologica di un bacino naturale. A tale scopo il modello numerico di Nash è stato fatto girare assegnando di volta in volta al parametro n e al parametro K i valori resi ammissibili dalla variazione di uno solo dei tre parametri di Horton (nel campo di variazione di R_a , R_b ed R_L ricavato sulla base di osservazioni sperimentali), e mantenendo i parametri rimanenti di valore pari al valore medio.
- Per queste simulazioni sono stati prodotti dei grafici (riportati in appendice) che rappresentano l'andamento dei principali parametri idrologici esaminati, al variare di R_a , R_b ed R_L .
- Al fine di verificare l'influenza del parametro v (velocità media in rete), le stesse simulazioni sono state ripetute anche per $v = 0.5$ m/s e per $v = 2$ m/s. Per esse vengono riportati in appendice solamente i risultati più significativi (grafici n. 4 e n.5).

GRAFICI FASE 2 (PRIMA SERIE)

- 1) Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali;
- 2) Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ dei deflussi superficiali;
- 3) Idrogramma di piena della portata superficiale;
- 4) Variazione del tempo di picco " t_{smax} ", (per $v = 0.5$ m/s, $v = 1$ m/s e $v = 2$ m/s);
- 5) Rapporto adimensionale $Q_{maxs}/(\max Q_{maxs})$ (per $v = 0.5$ m/s, $v = 1$ m/s e $v = 2$ m/s);

SECONDA SERIE

- La seconda serie di simulazioni è stata condotta per verificare l'effetto sulla risposta idrologica della variazione dei parametri n e K nel campo di variazione ammesso dalle possibili combinazioni dei parametri Hortoniani, avendo cura di evidenziare nei risultati ottenuti il campo di variazione di n e K consentito dall'ipotesi di limitare al 75% il campione di reti possibili (paragrafo 5.1).
- L'interesse in questa seconda serie di simulazioni è quindi quello di verificare quale siano gli effetti sulla forma dell'IUH e dell'idrogramma di piena causati dall'imposizione della restrizione su n e K indotta dalle considerazioni svolte al par. 5.1;
- Nel caso delle simulazioni dedicate alla variazione di K , anche in questa seconda serie, al fine di verificare l'influenza del parametro v (velocità media in rete), le stesse simulazioni sono state ripetute anche per valori differenti di v . In questo caso, diversamente dalla prima serie, sono stati scelti i seguenti valori: $v = 0.3$ m/s, $v = 1$ m/s, e $v = 1.5$ m/s, più rappresentative del campo di variazione del parametro v osservato sperimentalmente (Leopold e Maddock 1953).
- Per queste simulazioni sono stati prodotti i seguenti grafici, riportati in appendice:

GRAFICI FASE 2 (SECONDA SERIE):**“n” variabile:**

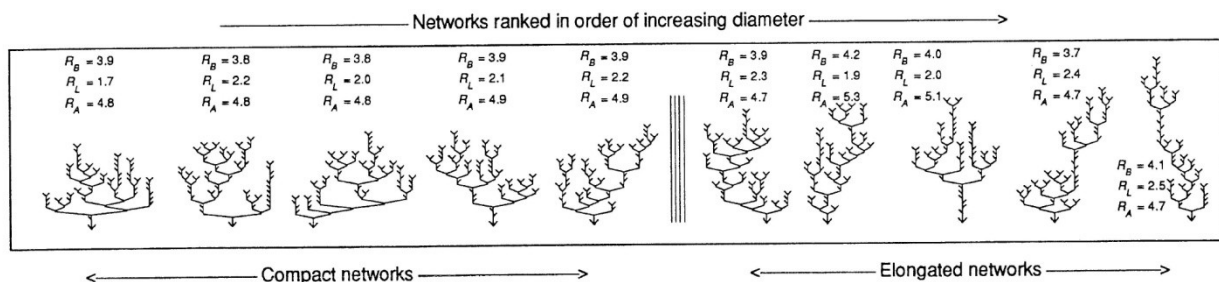
- 1) Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.);
- 2) Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$;
- 3) Idrogramma di piena della portata;
- 4) Variazione del tempo di picco " t_{smax} ";
- 5) Variazione della portata adimensionalizzata " $Q_{smax}/\max Q_{smax}$ ".

“K” variabile:

- 1) Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) ($v = 0.3 - 1 - 1.5$ m/s);
- 2) Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ ($v = 0.3 - 1 - 1.5$ m/s);
- 3) Idrogramma di piena della portata ($v = 0.3 - 1 - 1.5$ m/s);
- 4) Variazione del tempo di picco " t_{smax} " ($v = 0.3 - 1 - 1.5$ m/s);
- 5) Variazione della portata adimensionalizzata " $Q_{smax}/\max Q_{smax}$ " ($v = 0.3 - 1 - 1.5$ m/s).

FASE N. 3: Applicazione delle formule di Rosso (1984) al gruppo di reti NON RANDOM dell'articolo di Kirchner:

Questa ultima fase dell'analisi di sensibilità consiste nell'applicazione delle espressioni di Rosso (1984) al gruppo di reti Non Random studiato da Kirchner nel suo lavoro del 1993. Prendendo in esame il gruppo di 5+5 reti non random denominate dall'autore "COMPACT NETWORKS" ed "ELONGATED NETWORKS" (vedi schema seguente),



Campione di reti NON Random utilizzate per l'analisi di sensibilità

per ognuna delle dieci reti (con numerazione da sinistra verso destra), è stato possibile determinare con le espressioni di Rosso i corrispondenti parametri idrologici n e K del modello di Nash.

Ottenuti i parametri n e K per ciascuna rete è stato dunque possibile sottoporre le stesse ad una analisi di sensibilità simile a quella sviluppata per la fase 2 del presente paragrafo. L'esame dei risultati ottenuti ha consentito di verificare una delle tesi sostenute da Kirchner, ovvero la intrinseca debolezza delle leggi di Horton di caratterizzare la forma della risposta idrologica di bacini morfologicamente differenti.

Per quanto riguarda la determinazione della costante di invaso K , da assegnare ad ogni rete, nella espressione di Rosso è stato assunto, come per la fase 1, un valore del parametro dinamico v (velocità in rete) pari a $v=1$ m/s, mentre per L (lunghezza media del canale di ordine maggiore) un valore pari a $L=5000$ m.

Numero rete	R_b	R_a	R_L	v (m/s)	L (m)	n	K (minuti)
1	3.9	4.8	1.7	1	5000	2.9	50.0
2	3.8	4.8	2.2	1	5000	2.9	44.7
3	3.8	4.8	2	1	5000	2.9	46.8
4	3.9	4.9	2.1	1	5000	2.9	45.6
5	3.9	4.9	2.2	1	5000	2.9	44.6
6	3.9	4.7	2.3	1	5000	3.0	42.8
7	4.2	5.3	1.9	1	5000	2.9	47.9
8	4	5.1	2	1	5000	2.9	47.0
9	3.7	4.7	2.4	1	5000	2.9	43.0
10	4.1	4.7	2.5	1	5000	3.2	40.1

Determinazione dei parametri n e K con le formule di Rosso, per le 10 reti dell'esempio di Kirchner (1993)

I risultati della presente analisi sono riportati in appendice, rappresentati dai seguenti grafici:

GRAFICI FASE 3

- 1) Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali;
- 2) Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ dei deflussi superficiali;
- 3) Idrogramma di piena della portata superficiale;
- 4) Variazione del tempo di picco " t_{smax} ";
- 5) Rapporto adimensionale $Q_{maxs}/(\max Q_{maxs})$;

5.3 Commento ai risultati relativi all'analisi di sensibilità:

Commento ai risultati della fase 1:

Dai grafici riportati in appendice si ricavano i seguenti campi di variazione dei parametri n e K del modello di Nash, al variare di volta in volta di uno solo dei tre parametri geomorfologici di Horton:

$$n = f(R_b) = 2.2 \leq n \leq 4.4 \quad (2.5 \leq R_b \leq 6; R_a = 4.5; R_L = 2.5)$$

$$K = f(R_b) = 49.8 \leq k \leq 32.7 \quad (2.5 \leq R_b \leq 6; R_a = 4.5; R_L = 2.5)$$

$$n = f(R_a) = 4.2 \leq n \leq 2.4 \quad (3 \leq R_a \leq 6; R_b = 3.75; R_L = 2.5)$$

$$K = f(R_a) = 33.8 \leq k \leq 47.1 \quad (3 \leq R_a \leq 6; R_b = 3.75; R_L = 2.5)$$

$$n = f(R_L) = 2.9 \leq n \leq 3.1 \quad (1.5 \leq R_L \leq 3.5; R_b = 3.75; R_a = 4.5)$$

$$K = f(R_L) = 54.4 \leq k \leq 34.9 \quad (1.5 \leq R_L \leq 3.5; R_b = 3.75; R_a = 4.5)$$

I valori massimi dei due parametri del modello di Nash, n_{\max} e K_{\max} , che si possono ottenere applicando le espressioni di Rosso (1984), è data dai valori dei tre parametri di Horton che massimizzano il valore di n e di K , ovvero:

$$n_{\max} = f(R_{b \max} = 6; R_{a \max} = 3; R_{L \max} = 3.5) = 6.17$$

$$K_{\max} = f(R_{b \max} = 2.5; R_{a \max} = 6; R_{L \max} = 1.5) = 81.0 \text{ (minuti)}$$

Analogamente, per i valori minimi n_{\min} e K_{\min} si ottiene:

$$n_{\min} = f(R_{b \min} = 2.5; R_{a \min} = 6; R_{L \min} = 1.5) = 1.71$$

$$K_{\min} = f(R_{b \min} = 6; R_{a \min} = 3; R_{L \min} = 3.5) = 25.4 \text{ (minuti)}$$

Quindi il range di variazione massimo che si può ottenere per il parametro n e per il parametro K , per una qualsiasi combinazione comunque costituita tra i valori di R_a , R_b e R_L , è il seguente:

$$1.71 \leq n \leq 6.17$$

$$25.4 \leq K \leq 81.0 \text{ (minuti)}$$

Il campo di variazione ottenuto per il parametro di scala K non è molto significativo perché, essendo l'espressione di Rosso per la determinazione di K dipendente oltre che dai parametri di Horton anche dal parametro dinamico v e dalla lunghezza media del ramo di ordine maggiore L , non è sufficiente l'analisi di sensibilità sui tre parametri geomorfologici per determinare la massima estensione possibile del campo di variazione di K .

Per quanto riguarda il parametro di forma n , invece, essendo la relativa formula di Rosso dipendente unicamente dai tre parametri di Horton, è possibile stabilire, sulla base dei campi di variazione osservati in natura per R_a , R_b e R_L , il seguente range di variazione possibile:

$$1.71 \leq n \leq 6.17$$

Tale campo di variazione è simile a quello osservato da alcuni autori nei bacini naturali. Ad esempio Nash (1960), in una estesa ricerca effettuata su numerosi bacini idrografici britannici, ricavò i valori dei due parametri n e K a partire da eventi di piena per i quali erano disponibili dati di pioggia e di portata registrati. I bacini monitorati furono complessivamente 48, e 90 furono gli eventi di piena per i quali venne effettuata l'analisi idrologica dalla quale fu possibile determinare il fattore di forma n e il fattore di scala K . I risultati dell'analisi di Nash restituirono per il parametro n il seguente campo di variazione:

$$2.08 \leq n \leq 5.5$$

Quindi, in prima approssimazione è possibile affermare che le espressioni di Rosso forniscono per il parametro di forma n del modello di Nash un range di valori confrontabile con quello riscontrato sperimentalmente.

Questi risultati mostrano dunque che, sulla base dell'approccio geomorfologico sviluppato da Rodriguez Iturbe e Valdes, è possibile ricavare una espressione che lega i parametri del modello idrologico di Nash alle caratteristiche geomorfologiche del bacino. Inoltre l'analisi di sensibilità dimostra che, almeno per quanto riguarda la stima di n , il campo di variazione ottenuto con tale espressione corrisponde a quello riscontrato da osservazioni sperimentali su bacini naturali.

Ciò detto, però, si richiama quanto evidenziato nel paragrafo 5.1 in merito alla estensione del campo di variazione dei tre parametri di Horton, nell'ipotesi di considerare solo il 75% del campione delle reti possibili.

Con tale ipotesi si ricavano per i nuovi intervalli di R_a , R_b e R_L i seguenti valori limite di n e di K :

	n	K (minuti)
$R_{a \text{ inf}} = 3.8$	3.47	37.82
$R_{a \text{ sup}} = 5.0$	2.80	43.14
$R_{b \text{ inf}} = 3.31$	2.76	43.54
$R_{b \text{ sup}} = 4.20$	3.32	38.84
$R_{L \text{ inf}} = 1.7$	2.96	24.68
$R_{L \text{ sup}} = 2.4$	3.03	20.91

Campo di variazione di n e K, per il 75% delle reti possibili

Si nota una conseguente restrizione anche per il campo di variazione dei parametri del modello di Nash. Nei grafici in appendice sono indicati con etichette di colore giallo i limiti inferiore e superiore rappresentati in tabella.

Ripetendo l'analisi sulla massima estensione possibile di n e di K si ricava:

$$n_{\max} = f(R_{b \text{ sup}} = 4.20; R_{a \text{ inf}} = 3.8; R_{L \text{ sup}} = 2.4) = 3.78$$

$$K_{\max} = f(R_{b \text{ inf}} = 3.31; R_{a \text{ sup}} = 5; R_{L \text{ inf}} = 1.7) = 81.0 \text{ (minuti)}$$

Analogamente, per i valori minimi n_{\min} e K_{\min} si ottiene:

$$n_{\min} = f(R_{b \text{ inf}} = 3.31; R_{a \text{ sup}} = 5; R_{L \text{ inf}} = 1.7) = 1.71$$

$$K_{\min} = f(R_{b \text{ sup}} = 4.20; R_{a \text{ inf}} = 3.8; R_{L \text{ sup}} = 2.4) = 25.4 \text{ (minuti)}$$

Il nuovo range di variazione per i parametri n e K, considerando solamente il 75% delle reti possibili, è dunque il seguente:

$$2.48 \leq n \leq 3.78$$

$$40.46 \leq K \leq 61.06 \text{ (minuti)}$$

Nelle simulazioni previste nella fase 2 sono stati esaminati gli effetti indotti da tali restrizioni sulla risposta idrologica.

A conclusione della presente fase pare opportuno evidenziare un aspetto caratteristico della variazione di n e di K al variare di un singolo parametro di Horton.

Infatti, come è possibile notare nel caso di R_a , di R_b , e anche di R_L , al variare del parametro di Horton in esame la variazione di n è opposta a quella di K . In altre parole al variare del parametro di Horton se n aumenta, K diminuisce, oppure viceversa. Con riferimento agli effetti producibili sulla risposta idrologica ciò significa che la variazione di un singolo parametro geomorfologico dà luogo ad effetti mutuamente compensativi sia sulla forma dell'IUH che dell'idrogramma di piena. Infatti se, come è noto (vedi par. 3.8), un aumento del parametro n equivale ad un aumento dell'effetto di laminazione, la corrispondente diminuzione di K (nei test qui discussi) equivale invece ad una riduzione dell'effetto di invaso. E viceversa. Per cui i parametri del modello di Nash, ricavati con le formule di Rosso in funzione dei parametri di Horton, sono sì influenzati da un singolo parametro di Horton, ma in modo tale che eventuali effetti sulla forma dell'IUH e quindi dell'idrogramma, da parte ad esempio del parametro n , vengono sistematicamente compensati da effetti di segno opposto da parte del coefficiente di invaso K .

Tale comportamento verrà peraltro meglio evidenziato dai risultati ottenuti con il secondo gruppo di analisi, che di seguito vengono commentati.

Commento ai risultati della fase 2: PRIMA SERIE

Simulazioni per R_a variabile tra $3 \leq R_a \leq 6$, per R_b variabile tra $2.5 \leq R_b \leq 6$, e R_L variabile tra $1.5 \leq R_L \leq 3.5$, con pioggia cumulata pari a 100 mm, distribuzione Beta e durata di pioggia pari a 24 ore:

Premessa:

Di seguito vengono esposti i commenti relativi alle simulazioni eseguite per ognuno dei parametri di Horton esaminato. Al primo dei tre parametri oggetto di analisi, il parametro R_a , sarà dedicata una analisi più dettagliata rispetto agli altri due. Questo perché le linee di tendenza riscontrate in tutti e tre i casi non presentano differenze sostanziali, pertanto possono essere svolte nei loro riguardi analoghe considerazioni di carattere generale.

Simulazioni per R_a variabile tra $3 \leq R_a \leq 6$:

Come già accennato nei commenti finali alla prima fase, la variazione di uno dei tre parametri di Horton produce effetti mutuamente compensativi sulla forma della risposta idrologica. Ciò appare evidente dall'esame dei grafici elaborati per la presente fase.

Nel caso della variazione del parametro R_a , il **grafico n. 1** mostra i relativi effetti sulla forma dell'IUH. In blu è indicato l'IUH corrispondente ad R_a pari a 6, in blu la forma dell'IUH per $R_a=3$. Tra queste due curve limite ricadono gli IUH dei valori di R_a intermedi. Come è possibile notare, le curve sono simili tra loro, almeno in termini di valore al colmo. Si rileva una differenza nel valore del tempo di picco, che diminuisce all'aumentare di R_a .

Il **grafico n. 2** mostra l'andamento del valore massimo dell'IUH al variare di R_a , in forma adimensionalizzata. In particolare tra il valore minimo assunto dal colmo dell'IUH, verificatosi per $R_a=3$, e il valore massimo, verificatosi per $R_a=6$, vi è una differenza percentuale inferiore al 3.5%.

Il **grafico n. 4** evidenzia le forme assunte dall'idrogramma di piena delle portate superficiali, al variare del parametro R_a e per differenti superfici di bacino (10, 50, 100 km²).

Anche nel caso delle curve di piena non si rilevano differenze significative, per quanto riguarda il valore delle portate massime. E questo anche per superfici di bacino differenti.

Mentre si rileva nuovamente una differenza nel tempo di picco, al variare del parametro R_a , come già riscontrato nel grafico n.1 relativo all'IUH. Si passa infatti da un tempo di picco pari a $t_{\max}=555$ minuti, per $R_a=3$, ad un valore di $t_{\max}=530$ minuti, per $R_a=6$, quindi con una differenza tra questi due valori estremi pari a $\Delta t_{\max}=25$ minuti (vedi **grafico n. 4**, per velocità media della rete $v=1$ m/s).

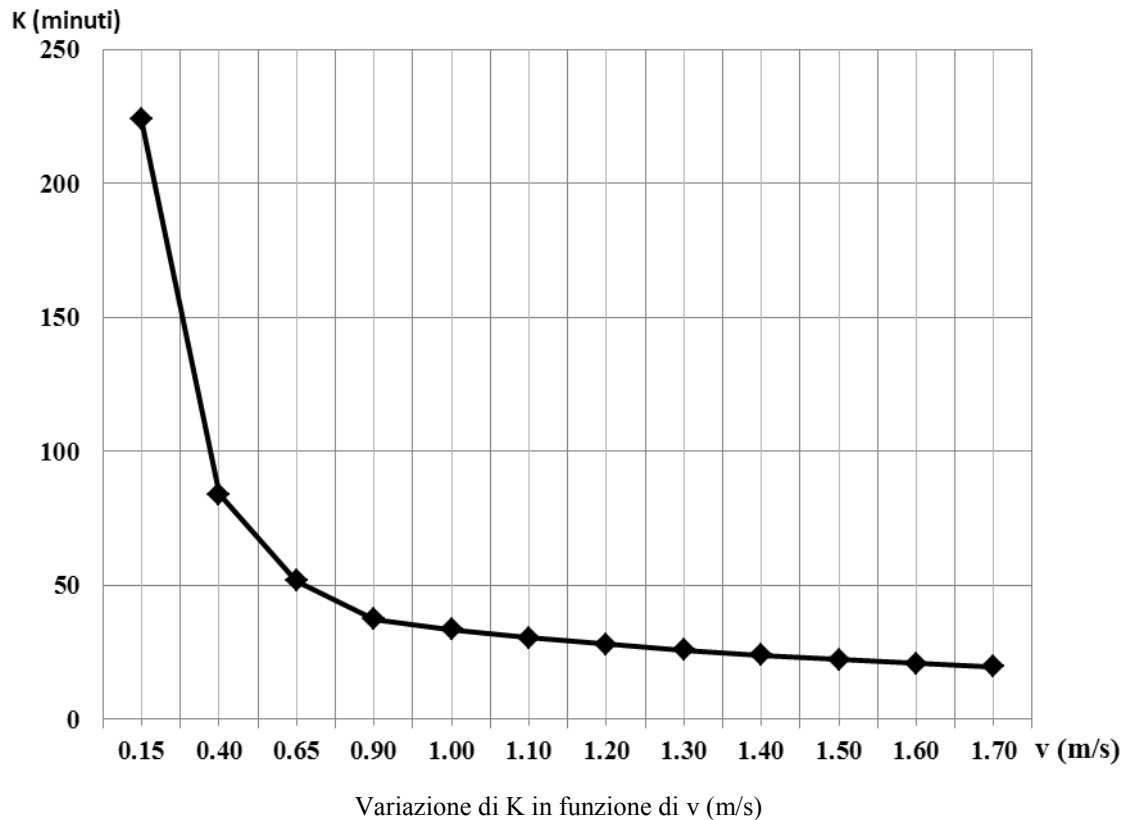
Considerazioni sul tempo di picco e sulla portata massima dell'idrogramma di piena:

In merito alla variazione del tempo di picco, non trascurabile al variare di R_a , è stata condotta una serie di analisi ulteriori finalizzate alla verifica dell'influenza della velocità media in rete “v”, che inizialmente era stata assunta costante e pari a $v = 1$ m/s.

E' noto infatti che nella espressione **(B)** di Rosso (1984) la velocità media in rete influenza la determinazione del coefficiente di invaso K del modello di Nash:

$$K = 0.70 \left[\frac{R_A}{(R_B R_L)} \right]^{0.48} v^{-1} L \quad \text{(B)}$$

Se si riporta in un grafico l'andamento di K in funzione della velocità media di rete v, nelle ipotesi di assegnare ai tre parametri di Horton i rispettivi valori medi e per L un valore pari 5000 m, si ottiene la seguente curva:



Dal grafico è possibile notare due comportamenti qualitativamente diversi: per valori della velocità media v superiori ad un metro al secondo la variazione di K è poco sensibile a v, mentre una chiara influenza viene esercitata da v su K per velocità inferiori ad un metro al secondo.

Considerata la significativa influenza di K sulla forma dell'IUH e dell'idrogramma di piena, e quindi anche sul tempo di picco di entrambi, è sembrato opportuno ripetere le analisi svolte con i valori di n e K ricavati al variare di R_a nelle ipotesi di $v = 1$ m/s, anche per valori differenti di v,

precisamente per $v = 0.5$ m/s e per $v = 2$ m/s. A tale scopo sono stati ricavati i nuovi valori del parametro K , al variare di R_a , nel caso di $v = 0.5$ m/s e per $v = 2$ m/s.

Per le nuove simulazioni svolte sono stati riportati solo i grafici più significativi, ovvero il **grafico n. 4** (Variazione del tempo di picco " t_{smax} " dell'idrogramma di piena) e il **grafico n. 5** (Rapporto adimensionale $Q_{maxs}/(\max Q_{maxs})$ dell'idrogramma di piena).

Commento ai grafici n. 4 e n. 5::

Dall'esame dei tre **grafici n. 4**, relativi a velocità medie rispettivamente pari a $v = 0.5$ m/s, $v = 1$ m/s e $v = 2$ m/s, è possibile notare una evidente differenza nello scarto tra il valore massimo assunto dal tempo di picco (per $R_a=3$) e il suo valore minimo (per $R_a=6$). Infatti nel caso di $v = 0.5$ m/s tale scarto è di 45 minuti (ovvero 710 – 655 minuti), nel caso di $v = 1$ m/s è di 25 minuti (555-530 minuti), mentre nel caso di $v = 2$ m/s è di appena 10 minuti (480-470 minuti).

Questo significa che l'influenza del parametro R_a sul tempo di picco dell'idrogramma di piena è significativa solo per bassi valori della velocità media in rete v , mentre è quasi trascurabile per valori elevati di v . Una possibile interpretazione fisica di tali risultati porta dunque a considerare reale l'influenza di R_a sul tempo di picco solo nel caso di bacini idrografici costituiti da aree pianeggianti o sub pianeggianti (dunque caratterizzate da valori modesti della velocità media), mentre nulla o comunque trascurabile tale influenza nel caso di bacini montani a forte pendenza, caratterizzati da valori del parametro v più elevati.

I **grafici n. 5**, relativi all'andamento adimensionalizzato della portata massima, mostrano nei tre casi esaminati delle differenze del tutto trascurabili rispetto a quelle riscontrate per il tempo di picco.

Infatti in tutti e tre i casi tra il valore minimo assunto dal colmo dell'idrogramma, verificatosi per $R_a=6$, e il valore massimo, verificatosi per $R_a=3$, vi è una differenza percentuale inferiore al 1%.

Quindi l'esame della influenza del parametro R_a sulla portata massima mostra che tale influenza può considerarsi irrilevante nel range di valori di R_a preso in esame, e questo anche al variare della velocità media in rete. Dal punto di vista fisico, riprendendo la interpretazione fatta poco sopra, ciò significa che l'influenza di R_a sulla portata massima è da considerarsi praticamente nulla in tutti i tipi di bacino, siano essi pianeggianti o montani.

Simulazioni per R_b variabile tra $2.5 \leq R_b \leq 6$:

Come già accennato in premessa, i risultati delle analisi ottenute nel caso della variazione di R_b sono confrontabili a quelli ottenuti per il parametro R_a .

Di nuovo si riscontra che la variazione di R_b produce effetti mutuamente compensativi sulla forma della risposta idrologica. Infatti il **grafico n. 1** mostra i relativi effetti sulla forma dell'IUH e come per il parametro R_a tale grafico presenta curve simili tra loro, in termini di valore al colmo.

Il **grafico n. 2** indica infatti che tra il valore minimo assunto dal colmo dell'IUH, verificatosi per $R_b=2.5$, e il valore massimo, verificatosi per $R_b=6$, vi è una differenza percentuale inferiore al 5%.

Come nel caso di R_a , anche nel caso presente per gli idrogrammi di piena non si rilevano differenze significative, per quanto riguarda il valore delle portate massime (**grafico n. 3**).

Considerazioni sul tempo di picco e sulla portata massima dell'idrogramma di piena:

Anche per la variazione del parametro R_b sono state ripetute le simulazioni per valori differenti del parametro “ v ” (velocità media in rete), al fine di verificare l'influenza dello stesso sulla risposta idrologica, in particolare sul tempo di picco e sul valore al colmo dell'idrogramma.

Dall'esame dei tre **grafici n. 4** ottenuti, si ricava nuovamente una differenza nello scarto tra il valore massimo assunto dal tempo di picco (per $R_b=6$) e il suo valore minimo (per $R_b=2.5$). Infatti nel caso di $v = 0.5$ m/s tale scarto è di 70 minuti (ovvero 720 – 650 minuti), nel caso di $v = 1$ m/s è di 35 minuti (560-525 minuti), mentre nel caso di $v = 2$ m/s è di appena 15 minuti (480-465 minuti).

I **grafici n. 5**, relativi all'andamento adimensionalizzato della portata massima, mostrano nei tre casi esaminati delle differenze trascurabili, come già riscontrato nel caso di R_a .

Infatti in tutti e tre i casi tra il valore minimo assunto dal colmo dell'idrogramma, verificatosi per $R_b=2.5$, e il valore massimo, verificatosi per $R_b=6$, vi è una differenza percentuale inferiore al 1.5%.

Valgono pertanto anche nel caso presente le considerazioni svolte per R_a : ovvero che l'influenza di R_b sul tempo di picco debba considerarsi effettiva solo nel caso di bacini idrografici costituiti da aree pianeggianti o sub pianeggianti, mentre è da considerarsi trascurabile nel caso di bacini montani a forte pendenza. Nel caso della portata massima, invece, tale influenza pare debba ritenersi irrilevante in tutti i tipi di bacini.

Simulazioni per R_L variabile tra $1.5 \leq R_L \leq 3.5$:

A differenza dei due casi precedenti, si riscontra nel caso di R_L una influenza maggiore anche sul valore al colmo dell'IUH. Infatti Il **grafico n. 1** presenta curve con valori abbastanza differenti, al variare del parametro R_L .

Il **grafico n. 2** indica che tra il valore minimo assunto dal colmo dell'IUH, verificatosi per $R_L=1.5$, e il valore massimo, verificatosi per $R_L=3.5$, vi è una differenza percentuale pari a circa il 32%.

Tale effetto viene però attenuato significativamente nell'idrogramma di piena (**grafico n. 3**).

Considerazioni sul tempo di picco e sulla portata massima dell'idrogramma di piena:

Dall'esame dei tre **grafici n. 4**, si ricava una differenza nello scarto tra il valore massimo assunto dal tempo di picco (per $R_L=1.5$) e il suo valore minimo (per $R_L=3.5$), che nel caso di $v = 0.5$ m/s è di 95 minuti (ovvero 740 – 645 minuti), nel caso di $v = 1$ m/s è di 50 minuti (575-525 minuti), mentre nel caso di $v = 2$ m/s è di 25 minuti (490-465 minuti).

Come già accennato i **grafici n. 5**, relativi all'andamento adimensionalizzato della portata massima, mostrano nei tre casi esaminati delle differenze tutto sommato ancora trascurabili, come già riscontrato nei casi precedenti.

Il valore minimo assunto dal colmo dell'idrogramma, verificatosi per $R_L=1.5$, e il valore massimo, verificatosi per $R_L=3.5$, vi è una differenza percentuale inferiore al 6.5% nel caso di $v = 0.5$ m/s, inferiore all'1.8% nel caso di $v=1$ m/s, e inferiore allo 0.5% nel caso di $v= 2$ m/s.

Valgono pertanto anche nel caso presente le considerazioni svolte per i casi precedenti, anche se nel caso presente sembra esserci una maggiore influenza del parametro di Horton sulla risposta idrologica, sia sul tempo di picco che sul valore della portata massima, almeno nel caso di bacini caratterizzati da pendenze basse e quindi basse velocità medie della rete.

Commento ai risultati della fase 2: SECONDA SERIE

Premessa

Come già accennato lo scopo di queste simulazioni è stato quello di verificare gli effetti prodotti sulla forma della risposta idrologica quando si consideri, anziché l'intera gamma di variazione dei parametri R_a , R_b e R_L risultante da osservazioni sperimentali, gli intervalli più ristretti ricavati considerando il 75% del campione statistico di reti idrografiche determinato nell'analisi di Kirchner.

Per i parametri n e K , considerando solamente il 75% delle reti possibili, sono stati dunque esaminati i seguenti nuovi intervalli di variazione:

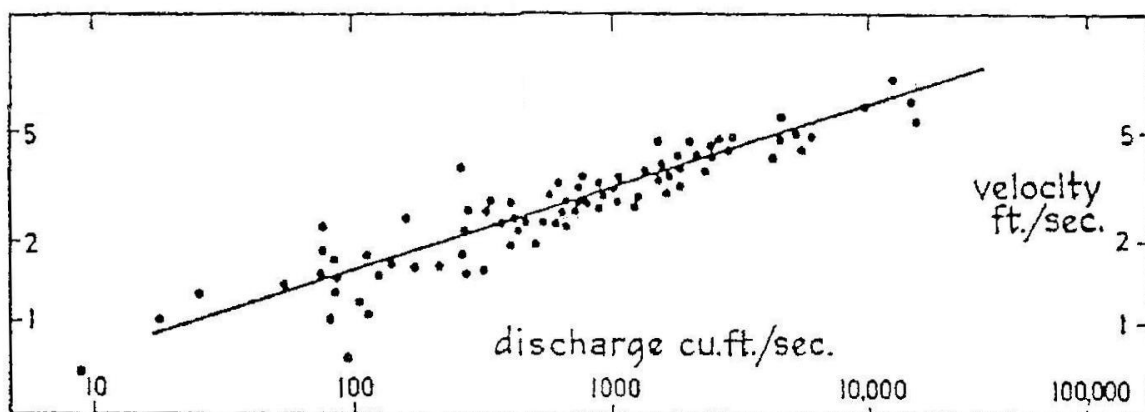
$$2.48 \leq n \leq 3.78$$

$$K_{\text{inf}} = 27 \leq K \leq K_{\text{sup}} = 41 \text{ minuti (ipotesi velocità media in rete } v=1.5 \text{ m/s)}$$

$$K_{\text{inf}} = 40 \leq K \leq K_{\text{sup}} = 60 \text{ minuti (ipotesi velocità media in rete } v=1 \text{ m/s)}$$

$$K_{\text{inf}} = 135 \leq K \leq K_{\text{sup}} = 205 \text{ minuti (ipotesi velocità media in rete } v=0.3 \text{ m/s)}$$

I tre valori del parametro dinamico v sono stati scelti in modo da fornire una panoramica il più possibile rappresentativa dei valori della velocità media osservati sperimentalmente. A questo fine si è fatto ricorso ai valori misurati da Leopold e Maddock (1953), rappresentati nel grafico seguente:



Da Leopold e Maddock (1953): Relazioni sperimentali tra velocità “ v ” e portata.

Dal grafico è possibile verificare che il campo di velocità osservato sperimentalmente dai due autori su circa 80 misure eseguite varia appunto tra 1 e 5 piedi/s, ovvero tra circa 0.3 e 1.5 m/s.

Simulazioni per n variabile:

La **figura n. 1** evidenzia come la restrizione del campo di variazione di n produca una significativa limitazione anche nella forma degli IUH possibili. Dal **grafico n. 2**, relativo all'andamento del valore al colmo dell'IUH, è infatti possibile osservare come la differenza percentuale tra il valore maggiore del colmo, che si ottiene per $n=2.48$, e il valore minore ottenuto all'altra estremità dell'intervallo ($n=3.78$) sia del 21%, a fronte di una differenza del 50% che caratterizza invece l'intero campo di variazione di n fornito dalle osservazioni sperimentali.

La **figura n. 3** mostra come tale riduzione sia ancora maggiore nel passaggio all'idrogramma di piena. Il valore al colmo è molto simile all'interno del campo di variazione di n che rappresenta il 75% delle reti possibili. Infatti la **figura n.5** mostra che la differenza percentuale tra il valore di portata massima per $n=2.48$ e per $n=3.78$ è di appena il 2.7%, a fronte di una differenza percentuale del 7% che si avrebbe considerando l'intero campo di variazione di n .

Infine la **figura n. 4** mostra anche per la variazione del tempo di picco una forte riduzione che, in termini di differenza percentuale tra i due valori estremi di n ($t_{\max}=595$ minuti, per $n=2.48$; $t_{\max}=695$ minuti, per $n=3.78$) è pari al 12%, contro il 35% di differenza percentuale ammessa per l'intero campo di variazione di n .

Le simulazioni condotte sulla variazione del parametro n consentono dunque di affermare che la capacità da parte dei parametri di Horton di caratterizzare la risposta idrologica viene ulteriormente indebolita nella ipotesi di considerare ammissibile una restrizione del campo di variazione dei parametri Hortoniani sulla base di una limitazione al 75% del campione statistico determinato da Kirchner.

Simulazioni per K variabile:

Anche le simulazioni condotte per K variabile hanno dato risultati simili al caso di n . Si riscontra infatti una notevole limitazione della varietà della risposta idrologica, per effetto della riduzione dell'intervallo ammissibile per il parametro K .

Il caso di K però merita alcune considerazioni aggiuntive in relazione alla influenza della velocità media in rete v . La **figura n. 1** mostra infatti una significativa differenza tra gli intervalli di forme possibili dell'IUH, a seconda che si consideri un diverso valore di v . Per $v=1,5$ m/s si ha una forte riduzione del valore di picco, passando da $K_{\inf}=27$ a $K_{\sup}=41$ minuti. Minore è tale riduzione per $v=1$ m/s nel rispettivo campo di variazione di K (40-60 minuti), e ancora più ridotta nel campo di variazione che compete alla velocità $v=0.3$ m/s (135-205 minuti).

In termini percentuali la differenza è del 30% nel campo di K ammesso da $v=1,5$ m/s, del 16% nel campo di K ammesso da $v=1$ m/s, e del 5% in quello relativo a $v=0.3$ m/s (vedi **figura n. 2**).

L'effetto sulla forma dell'idrogramma è ben descritto dalla **figura n. 3**. Si nota come la variabilità ammessa per il valore al colmo e per il tempo di picco sia molto ridotta per $v=1.5$ m/s, via via più ampia per le altre due velocità.

La **figura n. 5**, relativa alla portata al colmo adimensionalizzata, restituisce le seguenti differenze percentuali nel campo di variazione possibile di K : 1.7%, per $v = 1,5$ m/s, 3.1% per $v = 1$ m/s, e 14% per $v=0.3$ m/s.

Infine la **figura n. 4**, relativa al tempo di picco, mostra delle differenze percentuali tra i due valori corrispondenti ai limiti inferiori e superiori di K pari al 5%, per $v = 1,5$ m/s, del 7% per $v = 1$ m/s, e del 19% per $v=0.3$ m/s.

Considerazioni riassuntive relative alla Fase 2, seconda serie:

I risultati forniti dalla seconda serie di simulazioni comunicano dunque una ancor minore capacità di caratterizzazione della risposta idrologica da parte dei parametri di Horton R_a , R_b e R_L , quando i rispettivi campi di variazione siano ulteriormente limitati in virtù dell'ipotesi di considerare un campione più ridotto delle reti idrografiche, ma ugualmente significativo e pari al 75% delle reti possibili. Come già accennato al paragrafo 5.1 tale limitazione pare accettabile, e il campione di reti ad essa associato sufficientemente rappresentativo delle reti naturali, se si considera la riscontrata tendenza alla convergenza statistica sia del rapporto di biforcazione R_b (verso il valore 4) che del rapporto delle lunghezze R_L (verso il valore 2). Questo in particolare nel caso di bacini naturali "maturi", ovvero nei bacini che non mutano la propria struttura se non in modo statisticamente irrilevante (Rigon, 1994).

Inoltre la presente serie di simulazioni ha evidenziato come l'influenza dei parametri di Horton sul valore di K e dunque sulla risposta idrologica sia pesantemente condizionata dal valore del parametro dinamico v , che rappresenta la velocità media della corrente nella rete idrografica del bacino oggetto di studio.

Per valori elevati di tale parametro (1.5 m/s) si riscontra una influenza molto ridotta su K e quindi sui parametri della risposta idrologica, da parte di qualsiasi variazione dei parametri di Horton rappresentativi del 75% delle reti possibili.

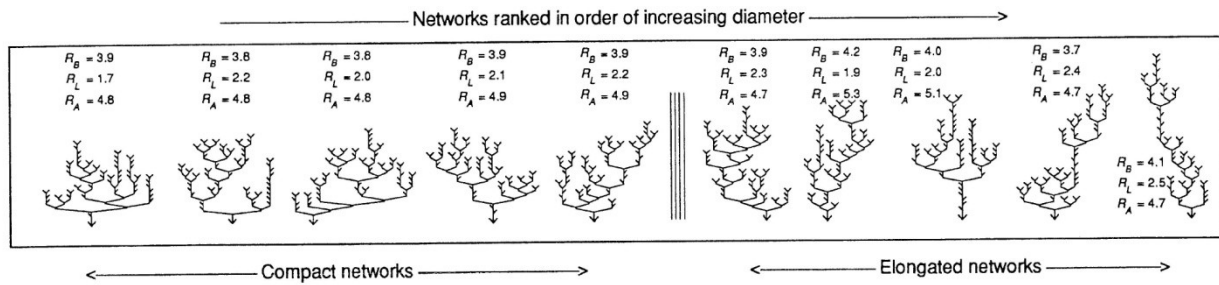
Una influenza maggiore è invece da segnalare nel caso di bassi valori del parametro v .

Come già accennato nella prima serie di simulazioni della presente fase, questi risultati portano a formulare una possibile interpretazione, secondo la quale per i bacini montani (caratterizzati da velocità medie v maggiori di 1 m/s) l'influenza dei parametri di Horton nella risposta idrologica sarebbe da considerarsi quasi trascurabile, mentre una influenza maggiore sarebbe da attribuire agli stessi nel caso di bacini sub pianeggianti.

Commento ai risultati della fase 3:

Applicazione delle formule di Rosso (1984) al gruppo di reti NON RANDOM

Come già descritto nel paragrafo 5.2, scopo della terza fase dell'analisi di sensibilità è quello di confrontare le risposte idrologiche della serie di dieci reti NON RANDOM costruite nell'articolo di Kirchner a partire da un procedimento statistico basato sul metodo Montecarlo.



Campione di reti NON Random utilizzate per l'analisi di sensibilità

I risultati ottenuti mostrano in modo eloquente come tutte le dieci reti esaminate, nonostante siano caratterizzate da evidenti differenze morfologiche (vedi figura), presentino risposte idrologiche comparabili tra loro.

Infatti il **grafico n. 1** mostra per tutte le dieci reti curve dell' IUH tra loro confrontabili.

Il **grafico n. 2** indica che la differenza percentuale tra il massimo valore del colmo dell'IUH, raggiunto per la rete n. 10, e il valore minimo, raggiunto dalla rete n. 1, rimane inferiore al 25%.

Questa somiglianza si accentua nel confronto tra gli idrogrammi di piena, come è possibile apprezzare dal **grafico n. 3**.

La differenza nei tempi di picco (vedi **grafico n. 4**) rimane contenuta all'interno di un intervallo molto ristretto, pari a 25 minuti, essendo il valore minimo di tale parametro verificatosi nel caso della rete n. 9 ($t_{\max} = 540$ minuti) e il valore massimo nel caso della rete n. 1 ($t_{\max} = 565$ minuti).

Infine anche per la portata massima adimensionalizzata (**grafico n. 5**) si riscontrano modeste differenze, attestandosi la massima variazione percentuale attorno all' 1% (tra la rete n. 1 e la rete n. 10).

Sulla base di questi risultati sembra pertanto confermata una delle tesi sostenute dal Kirchner (1993), secondo la quale vi sarebbe una intrinseca debolezza delle leggi di Horton in merito alla capacità di caratterizzare la forma della risposta idrologica di bacini morfologicamente differenti, nel caso che la risposta idrologica venga determinata con il modello di Nash sulla base di parametri n e K ricavati con le formule di Rosso (1984).

Commento finale ai risultati ottenuti con l'analisi di sensibilità:

I risultati ottenuti nelle tre fasi di lavoro permettono di esprimere alcune considerazioni riassuntive. Inoltre è ora possibile fornire alcune risposte, seppur parziali e non del tutto esaustive, ai quesiti posti all'inizio del paragrafo 5.2:

- Con la **fase di lavoro n. 1** è stato evidenziato un aspetto caratteristico della variazione di n e di K al variare di un singolo parametro di Horton: infatti al variare di uno dei parametri le modifiche conseguenti di n e di K sono risultate di segno opposto. Pertanto la variazione di un singolo parametro geomorfologico dà luogo ad effetti mutuamente compensativi sia sulla forma dell'IUH che su quella dell'idrogramma di piena. Sulla base delle analisi svolte il campo di valori assunto dal parametro n , in funzione di tutte le possibili combinazioni dei tre parametri Hortoniani, è risultato simile a quello osservato sperimentalmente. Infine è stato definito il campo di variazione dei due parametri del modello di Nash, ipotizzando una restrizione al 75% del campione di reti possibili individuato dal Kirchner (1993);
- Con la **prima serie** di analisi svolte nella **fase di lavoro n. 2** è stato invece verificata la dipendenza della risposta idrologica da ogni singolo parametro di Horton. In particolare è emerso in modo evidente il peso determinante esercitato dal parametro dinamico “ v ”, costituito dalla velocità media della rete, soprattutto sul calcolo del tempo di picco dell'idrogramma di piena. La dipendenza anzidetta è risultata essere praticamente trascurabile nel campo delle medie ed alte velocità di rete ($v = 1-2$ m/s), invece relativamente più importante (ma solo nel caso del tempo di picco) per le velocità più basse ($v = 0.5$ m/s). Questi risultati devono intendersi riferiti a tutti e tre i parametri di Horton analizzati.
- La **seconda serie** di analisi della **fase n. 2** ha permesso invece di determinare l'ulteriore riduzione della influenza dei parametri di Horton sulla risposta idrologica nel caso in cui si consideri come loro campo di variazione quello definito da un campione statistico di possibili reti drenanti pari al 75% circa dell'intera popolazione di reti (Kirchner, 1993). I risultati evidenziano un ulteriore drastico ridimensionamento della varietà di risposta idrologica possibile. Di nuovo, è stata evidenziata l'influenza su tale varietà possibile da parte del parametro dinamico “ v ”, per cui per velocità medio alte essa (varietà) rimane poco significativa. Se, come già argomentato nei commenti alla presente fase di lavoro, tale restrizione al 75% della popolazione di reti drenanti può considerarsi comunque sufficientemente rappresentativa del campione di reti naturali, allora è possibile concludere che la influenza dei tre parametri di Horton sulla risposta idrologica, ricavata con un modello concettuale a parametri concentrati, è da considerarsi trascurabile per bacini caratterizzati da velocità di rete medio alte, e comunque poco significativa nei bacini sub pianeggianti.

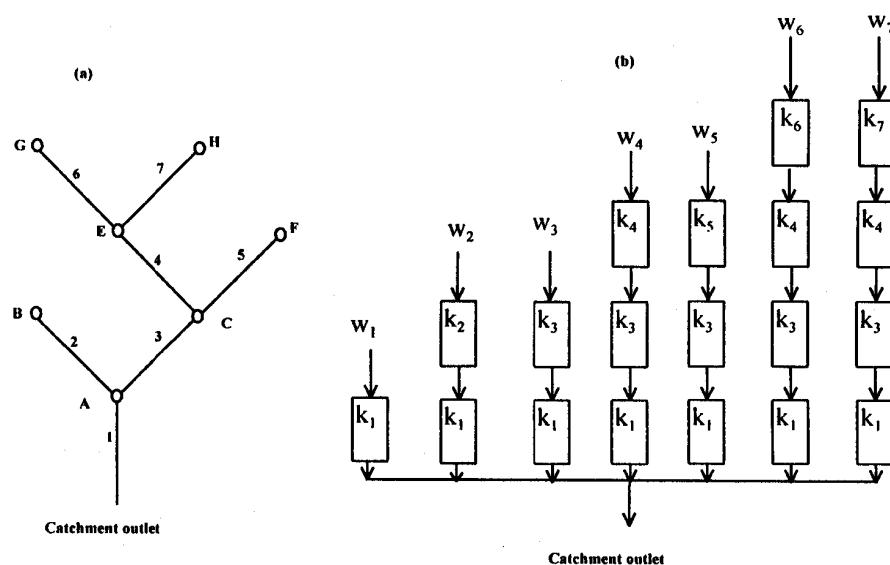
- Una parziale conferma di quanto appena affermato arriva dai risultati forniti dalla **fase n. 3**. Infatti le dieci tipologie di reti esaminate presentavano significative differenze dal punto morfologico, evidentemente non colte dalle leggi di ordinamento gerarchico che stanno a fondamento dei tre parametri di Horton. Le simulazioni condotte hanno permesso di confermare (per lo meno relativamente al campione di reti esaminato), la critica avanzata da Kirchner circa la debolezza intrinseca dei parametri geomorfologici nel caratterizzare la risposta idrologica delle reti esaminate, sia in termini di forma dell'IUH, sia in termini di idrogramma di piena e del relativo valore della portata massima e del tempo di picco.

Sulla base di queste considerazioni riassuntive è pertanto possibile affrontare con maggiori strumenti a disposizione la questione principale posta all'inizio del paragrafo 5.2, espressa originariamente nei termini seguenti:

“Può l'analisi di sensibilità condotta sui parametri n e K del modello di Nash (ricavati con le formule di Rosso facendo variare i parametri di Horton), oltre a permettere la verifica dell'influenza di tali parametri sulla forma dell'IUH di Nash, consentire di verificare la medesima influenza sulla forma del GIUH?”.

Per rispondere a questa domanda giova fare un rapido passo indietro, e riesaminare la struttura del GIUH.

Grazie ai lavori di Chutha e Dooge (1989) e Shamseldin e Nash (1998), è possibile rappresentare il GIUH come costituito da una cascata di serbatoi lineari posti in serie e in parallelo in una struttura ad albero (vedi figura):



Schema di rete di livello L=3 (Shamseldin e Nash, 1998)

Nello schema di Chutha & Dooge ripreso da Shamseldin e Nash ogni cascata di serbatoi è costituita da elementi non necessariamente uguali tra loro, quindi caratterizzati in generale da valori di K differenti (K_1, K_2, \dots, K_4 , eccetera).

Quindi, per ritornare alla questione posta, è utile riformulare il quesito nei termini seguenti:

“E’ possibile applicare i risultati della presente analisi di sensibilità (ottenuti per mezzo del modello di Nash, ovvero con un modello che schematizza la rete come una unica cascata di serbatoi in serie e uguali tra loro, quindi con un unico valore di n , e soprattutto di K), anche al modello geomorfologico del GIUH, (il quale invece presuppone una struttura della rete ad albero, ovvero costituita da più cascate di serbatoi in parallelo, non necessariamente uguali tra loro, con ogni serbatoio caratterizzato da un proprio valore di K)?”

Alla questione è possibile rispondere in due modi: il primo approssimato, il secondo più rigoroso.

In prima approssimazione è infatti possibile affermare, banalmente, che i risultati ottenuti per mezzo del modello di Nash sono sicuramente applicabili anche allo schema del GIUH nella misura in cui ognuna delle cascate (costituita da n serbatoi lineari, diversi tra loro, posti in serie) dello schema ad albero nel GIUH, siano riconducibili allo schema di Nash: quindi, nella misura in cui i serbatoi di ogni singola cascata possono considerarsi simili tra loro. Infatti se ognuna delle cascate potesse essere assimilata ad uno schema di Nash, grazie alle proprietà dei sistemi lineari (in particolare la sovrapposizione degli effetti) sarebbe possibile derivare la trascurabilità degli effetti indotti dai parametri di Horton sulla rete complessiva da quella certamente derivante da ognuna delle cascate singole.

Ma, e questa è la questione successiva da porre, vi sono in natura situazioni nelle quali tale approssimazione (che i serbatoi costituenti ogni cascata possano essere considerati simili tra loro) può essere considerata accettabile?

In linea generale, non sembra vi siano elementi sufficienti per rispondere in modo affermativo a questo quesito. Si consideri infatti ad esempio il caso di un bacino a forte pendenza, caratterizzato da un valore elevato della velocità media in rete, e in cui dominano le componenti cinematiche rispetto agli effetti di invaso.

Il fatto che in simili bacini il ruolo svolto dai fenomeni di invaso sia secondario rispetto a quello svolto dagli effetti cinematici, non autorizza a concludere che i vari K della cascata di serbatoi (K_1, K_2, \dots, K_4 , ecc.) possono essere considerati simili tra loro. In generale sarà possibile affermare solo che nei bacini montani molti dei K_i potranno verosimilmente assumere valori bassi (proprio per la marginalità degli effetti di invaso). Inoltre, se anche per ipotesi fosse possibile assegnare ad ogni serbatoio un valore del coefficiente di invaso K di poco differente rispetto a quello degli altri serbatoi, è probabile che (in base anche alle indicazioni fornite dall'analisi di sensibilità svolta nel

terzo capitolo) ad una piccola variazione di K , quando come in questo caso essa si verifichi nella fascia "bassa" dei valori di K , corrispondano sensibili variazioni sia sull'IUH che sull'idrogramma di piena. Pertanto, nel caso dei serbatoi montani, assumere come valida tale semplificazione potrebbe comportare differenze non trascurabili sui risultati finali, rispetto allo schema originario.

Analoghe considerazioni possono essere svolte, con piccole varianti, anche al caso di bacini caratterizzati da pendenze minori.

Pertanto, allo stato attuale, e sulla base degli elementi conoscitivi a disposizione, non è possibile estendere direttamente i risultati della presente analisi di sensibilità anche al caso del GIUH.

E' pertanto necessaria una analisi più rigorosa, per la quale si fornisce di seguito una possibile linea di sviluppo. In sostanza si tratterà di ricavare l'IUH, a partire però da uno schema costituito da cascate (di serbatoi lineari in serie, ognuno dei quali caratterizzati da un proprio coefficiente di invaso K_i), poste in parallelo tra loro.

Analogamente ai passaggi matematici sviluppati nel caso del modello di Nash, per la determinazione dell'IUH nel nuovo schema sarà sufficiente operare (per ogni cascata di serbatoi) una convoluzione con " n " funzioni (se " n " è il numero di serbatoi della cascata), funzioni però diverse tra loro (in quanto in generale K è diverso per ognuna di esse).

Una soluzione al problema potrebbe essere quella suggerita da Chuta e Dooge (vedi par. 4.3.2, nel caso di un bacino di ordine 3), risolvibile per via numerica.

Quindi si potrà procedere a nuove analisi di sensibilità simili a quelle svolte nella presente ricerca, ma sulla base di uno schema di calcolo più vicino a quello che caratterizza l'IUH geomorfologico.

CAPITOLO 6

CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

Premessa

Le analisi svolte nella presente attività di ricerca hanno permesso di indagare alcuni aspetti della modellistica idrologica di tipo concettuale a parametri concentrati. Per mezzo del modello di Nash, numerosi test sono stati condotti per verificare il tipo di risposta idrologica fornito dal modello, quando siano variati i principali parametri idrologici in ingresso. Un particolare approfondimento è stato dedicato alla relazione che lega la morfologia di un bacino naturale alla sua risposta idrologica.

L'interesse che sin dalle fasi iniziali ha spinto verso tale approfondimento è stato quello di verificare se i metodi proposti da Horton per l'ordinamento gerarchico delle reti idrologiche siano in grado di contribuire, per mezzo di una caratterizzazione più ricca, alla descrizione del runoff superficiale (derivato dai modelli concettuali lineari a parametri concentrati).

Tale questione assume particolare importanza in campo applicativo in tutte le situazioni, purtroppo ancora troppo numerose, nelle quali risulti difficoltosa la calibrazione del modello idrologico a causa della indisponibilità di osservazioni sperimentali.

Le relazioni proposte da Rosso (1984), che legano i parametri del modello di Nash alle caratteristiche morfologiche del bacino, consentirebbero infatti di pervenire alla definizione di tali parametri quasi a prescindere da altri fattori (a parte il parametro dinamico v), che non siano appunto quelli rappresentati dagli indicatori geomorfologici R_a , R_b e R_L .

Uno degli obiettivi del presente lavoro è stato quindi quello di capire se i parametri di Horton siano in grado di caratterizzare adeguatamente l'IUH e l'idrogramma di piena, per mezzo delle relazioni di Rosso, e quindi se sia da ritenersi lecito il loro impiego nel caso di bacini non strumentati.

Alcune considerazioni finali sono state svolte anche in merito all'approccio geomorfologico proposto da Rodriguez Iturbe e Valdes (1979), che come è noto stabilisce espliciti legami funzionali tra i parametri di Horton e la forma dell'IUH.

Sintesi dell'attività svolta

Le indagini appena descritte sono state precedute da un esame preliminare sulla struttura dei modelli idrologici di tipo concettuale. Dopo il primo capitolo introduttivo, nel quale sono stati descritte le principali tipologie di modelli idrologici attualmente disponibili, il secondo capitolo ha introdotto gli elementi teorici, provenienti dalla Teoria dei Sistemi Lineari, che stanno alla base della modellazione di tipo concettuale. Particolare evidenza è stata posta sulle proprietà additive (o della sovrapposizione degli effetti) e di invarianza, che nei modelli idrologici in esame vengono assunte come ipotesi di partenza. Ammettere la validità di queste ipotesi, nei processi fisici che riguardano il bilancio idrologico, permette di introdurre alcune semplificazioni matematiche che consentono di procedere in modo più agevole verso la definizione di espressioni analitiche in grado di descrivere i processi stessi. Non si tratta però, dal punto di vista della fondatezza fisica, di semplificazioni di poco conto. L'ipotesi additiva, ad esempio, presuppone come accettabile la possibilità di sommare tra loro i contributi al deflusso superficiale in una certa sezione ad un certo istante "t", generati da precedenti contributi di pioggia avvenuti sul bacino in istanti differenti. I limiti di tale semplificazione sono immediatamente intuibili quando si pensi alla non linearità intrinseca di alcuni processi idrologici, tra i quali spicca ad esempio il processo di infiltrazione della pioggia nel sottosuolo.

(Un'altra drastica semplificazione, spesso assunta oborto collo nella attività di modellazione, merita di essere ricordata: essa è conseguente ad una specifica modalità di misura del dato di pioggia, ancora oggi largamente diffusa, ovvero quella effettuata con le stazioni pluviometriche. Si tratta di strumenti in grado di fornire in modo attendibile, ma solo localmente, la serie temporale delle precipitazioni. Quindi nessuna informazione viene fornita circa la caratterizzazione spaziale dello stesso evento di pioggia a scala di bacino. La semplificazione consiste pertanto, in assenza di altre stazioni di misura, nell'assumere il dato registrato localmente dal pluviometro come rappresentativo del regime di precipitazione avvenuto sull'intero bacino di studio. Tale semplificazione può in alcuni casi condurre ad esiti paradossali: ad esempio può accadere che un misuratore di portata, installato in corrispondenza della sezione di chiusura di un bacino, registri un idrogramma di piena a cui corrisponde una registrazione nulla da parte della stazione pluviometrica).

Nel terzo capitolo sono stati esaminati i principali elementi concettuali utilizzati nei modelli idrologici lineari: il canale e il serbatoio lineare. Sono stati poi descritti alcuni dei più comuni

modelli idrologici sviluppati, cercando di mettere in evidenza come la struttura di ognuno di essi sia il risultato di una diversa combinazione dei due elementi concettuali appena descritti.

Alla struttura del modello di Nash è stata dedicata una particolare attenzione, perché sulla base di tale modello sono state svolte le analisi del capitolo quinto. E' stato dunque scritto un codice di calcolo in Matlab, e il modello così sviluppato è stato sottoposto ad una analisi di sensibilità.

I risultati ottenuti mettono in evidenza come la sensibilità del modello alla variazione dei parametri "n" e "K" tenda a diminuire all'aumentare sia di "n" che di "K". Inoltre tale comportamento sembra riflettersi principalmente sul valore del colmo dell'IUH e della portata. Il tempo di picco mostra invece una variazione di tipo lineare al variare dei due parametri.

Per quanto riguarda invece l'effetto del passo temporale "dt" adottato nel codice numerico, si è riscontrato un comportamento opposto a quello appena descritto: all'aumentare del passo di calcolo "dt" aumenta l'instabilità dei risultati ottenuti, per cui a modeste variazioni di "dt" corrispondono variazioni non trascurabili nel calcolo del tempo di picco dell'idrogramma di piena, mentre sembra essere più contenuto l'effetto sia sui valori di portata che dell'IUH.

Il quarto capitolo è stato invece dedicato ai maggiori contributi scientifici che in passato hanno indagato da prospettive diverse il complesso rapporto tra le proprietà geomorfologiche di un bacino e la sua risposta idrologica.

Nei primi paragrafi sono stati introdotti i metodi di ordinamento gerarchico delle reti naturali proposti da Horton (1945) e da Shreve (1967). Per il metodo di Horton sono state descritte le leggi che consentono di determinare i parametri di biforcazione R_b , delle lunghezze R_L , e delle aree R_a . E' stato anche discusso il contributo di Shreve (1965, 1966, 1967) per un approccio di tipo statistico all'analisi morfologica, evidenziando tra i vari aspetti interessanti della sua ricerca il concetto di reti topologicamente random.

Il paragrafo successivo è stato riservato invece alla critica di Kirchner (1993), circa la intrinseca debolezza da parte dei parametri di Horton di caratterizzare un bacino naturale dal punto di vista morfologico. Tale lavoro è parso particolarmente degno di interesse, perché in esso viene evidenziato come la "inevitabilità statistica" che caratterizza le leggi di Horton se applicate ai bacini naturali, sia in realtà dovuta alla stessa procedura di gerarchizzazione adottata, che di fatto "costringe" qualsiasi rete di canali entro rapporti reciproci (R_a , R_b e R_L) caratterizzati da limitati intervalli di variazione.

Nei tre paragrafi seguenti è stato poi affrontato il problema analitico della risposta idrologica sviluppata sulla base dell'approccio geomorfologico (Rodriguez Iturbe e Valdes, 1979). Il primo paragrafo ha riassunto i principali elementi che caratterizzano l'IUH geomorfologico (GIUH), per giungere infine alle espressioni che legano la portata di picco q_p e del tempo di picco t_p ai parametri

di Horton R_b , R_L , e R_a . Nel secondo sono stati descritti i principali elementi di criticità che caratterizzano questo approccio, mentre l'ultimo paragrafo è stato riservato all'importante analisi svolta da Chutha e Dooge (1989), nella quale viene dimostrato che la struttura del GIUH geomorfologico è da un punto di vista matematico equivalente ad una struttura ad albero costituita da cascate di serbatoi lineari posti in serie e in parallelo tra loro.

Nel penultimo paragrafo è stata sviluppata la critica di Shamseldin e Nash (1998) alla teoria del GIUH, che ha messo in evidenza il ruolo determinante sulla forma dell'IUH svolto dalla ipotesi esplicitata da Chutha e Dooge appena descritta. Infine l'ultimo paragrafo è stato dedicato alle formule di Rosso (1984), che legano i parametri di n e K del modello di Nash ai parametri di Horton sulla base dell'approccio geomorfologico sviluppato da Rodriguez Iturbe e Valdes.

Gli elementi teorici sviluppati nel quarto capitolo hanno permesso di orientare le analisi di sensibilità svolte nel capitolo successivo, e quindi di verificare gli effetti indotti sulla risposta idrologica da parte dei parametri geomorfologici. I risultati ottenuti hanno avvalorato sia la critica esplicitamente avanzata da Kirchner (1993), sia le perplessità sollevate da Gupta et al. (1980) e da Shamseldin e Nash (1998) circa la intrinseca debolezza da parte dei parametri di Horton nel caratterizzare la risposta idrologica (descritta con il modello di Nash) di un bacino naturale.

Questi limiti sembrano essere tanto più evidenti nel caso di bacini a forte pendenza, caratterizzati da velocità media della rete superiore ad 1 m/s.

I risultati ottenuti (si consideri in particolare la restrizione del campo di variabilità dei tre parametri di Horton ammessa nel caso del 75% delle reti possibili) contribuiscono dunque ad alimentare ulteriormente le perplessità circa l'utilizzo di tali indicatori geomorfologici, in particolare in ambito applicativo nel caso di bacini non strumentati.

Non è risultato possibile, sulla base degli elementi attualmente disponibili, stabilire la validità di tali risultati anche per lo schema dell'IUH geomorfologico.

Sviluppi possibili alla presente ricerca possono essere avviati in alcune interessanti direzioni, di seguito brevemente indicate:

1. Determinare la soluzione analitica del GIUH sulla base dello schema concettuale geomorfologico, costituito da una cascata di serbatoi lineari caratterizzati ognuno da un proprio valore del parametro K , come descritto nei commenti finali al capitolo 5. Quindi ripetere le analisi di sensibilità, e infine valutare eventuali differenze nei risultati ottenuti. Tali analisi consentiranno di verificare se sarà possibile estendere i risultati ottenuti con il presente lavoro anche al caso del GIUH geomorfologico;

2. Riformulare le relazioni di Rosso (1984) sulla base di parametri geomorfologici desunti da metodi di ordinamento gerarchico differenti rispetto a quello proposto da Horton (ad esempio i metodi di Sheidegger, 1965, Shreve, 1967, Smart, 1969, Mock, 1971, Jarvis, 1972), per verificare se con diverse procedure di ordinamento gerarchico sia possibile ottenere degli indicatori geomorfologici in grado di caratterizzare in maniera più incisiva la risposta idrologica, oppure se non vi sia invece un intrinseco impoverimento della informazione geomorfologica come effetto risultante di qualsivoglia criterio di ordinamento adottato, impoverimento che di conseguenza tenderebbe a ripercuotersi anche sulla risposta idrologica.
3. La riformulazione descritta al punto precedente implicherà ovviamente anche la necessità di riscrivere le espressioni analitiche dell'IUH, sulla base di parametri geomorfologici differenti da quelli utilizzati nella presente ricerca.

BIBLIOGRAFIA

- Bras R., Rodriguez Iturbe I., *"A review of the search for a quantitative link between hydrologic response and fluvial geomorphology"*, New Directions for Surface Water modeling, Proceedings of the Baltimore Symposium, May 1989. IAHS Publ. n. 181, 1989;
- Chuta, P. Dooge, J.C.I., *"The shape parameters of the geomorphologic unit hydrograph"*, Journal of Hydrology, v. 117, p. 79-81, 1990;
- D'Alpaos, L. (a cura di) *"Piano di Settore ambientale e paesaggistico del fiume Meschio"*, Relazione geologica e idraulica. Provincia di Treviso, Assessorato alla pianificazione territoriale, 1996.
- Gupta, V. K., E. Waymire, and C.T. Wang, *"A representation of an instantaneous unit hydrograph from geomorphology"*, Water Resources Research, 16(5), p. 855-862, 1980;
- Hoesein A. A., Pilgrim D. H., Titmarsh G. W., Cordery I.: *"Assesment of the US conservation service method for estimating design floods"*, New Directions for Surface Water modeling, Proceedings of the Baltimore Symposium, May 1989. IAHS Publ. n. 181, 1989;
- Horton R. E.: *"Erosional development of streams and their drainage basins: Hydrophysical approach to quantitative morphology"*, Bull. Geol. Soc. Amer., 56, 1945;
- Jarvis R. S.: *"New measure of the topologic structure of dendritic drainage networks"*, Water resources research, 8, 1265-71, 1972;
- Mock S. J.: *"A classification of channel links in stream networks"*, Water resources research, 7, 1265-71, 1971;
- Linsley R. K.: *"Flood Estimates: how good are they?"*, Water resources research, 22 (9), p. 159S-164S, 1986;
- Miserocchi F., Napolitano F., Fermini, F., *"Il calcolo frazionario in idrologia: l'IUH di Nash."* XXX° Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche- Idra, 2006;
- Molinari D. *"Analisi del rischio e incertezza: l'uso dei metodi Monte Carlo per i rischi naturali"*
- Nash J.E. *"Determining Run-off from Rain-fall"*. Proc. Instn civ. Engrs, vol. 10, p. 163-184, 1958.

- Nash J.E. A “*Unit Hydrograph study, with particular reference to British catchments*”. Proc. Instn civ. Engrs, vol. 17, p. 249-282, 1960.
- Pilgrim D. H.: “*Bridging the gap between flood research and design practice*”, Water resources research, 22 (9), p. 165S-176S, 1986;
- Kirchner J. W, “*Statistical inevitability of Horton's laws and the apparent randomness of stream channel networks*”, *Journal of Geology*, v. 21, p. 591-594, 1993;
- Kirchner J. W, “*Getting the right answers for the right reasons: linking measurements, analyses, and models to advance the science of hydrology*”, Water resources research, v. 42, W03S04, doi:10.1029/2005WR004362;
- Rinaldo A., R.Rigon , A. Marani: “*Geomorphological dispersion*”, Water resources research, 27 (4), p. 513-525, 1991;
- Rinaldo A., Rodriguez Iturbe I.: “*The geomorphological theory of hydrologic response*”, Hydrol. Processes, 10 (6), p. 803-844, 1996;
- Rinaldo A., Marani M., Fornasiero A., Botter G., Silvestri S. Bellin A., Rigon R., Ferri M. Baruffi Rusconi F. A., “*Modelli geomorfologici Montecarlo per la valutazione del tempo di ritorno di piene fluviali: Fiume Brenta chiuso a Bassano*”. XXXVIII° Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche- vol I, p. 271-278, Potenza 2002.
- Rigon R., Bertola P., “*La progettazione con metodo geomorfologico delle reti di drenaggio urbane.*” II° Conferenza nazionale sul drenaggio urbano. Palermo, 2000 .
- Rigon R., “*Principi di auto-organizzazione nella dinamica evolutiva delle reti idrografiche*” Tesi di Dottorato. Trento, 1994.
- Rodriguez Iturbe I., J.B. Valdes: “*The geomorphological structure of hydrologic response*”, Water resources research, 15 (6), p. 1409-1420, 1979;
- Rodriguez-Iturbe, I., M. Gonzàles Sanàbria, and R. L. Bras, “*A geomorphoclimatic theory of the instantaneous unit hydrograph*”, *Water Resources Research*, 18(4), p. 877-886, 1982;
- Rosso, R. : “*Nash model relation to Horton order ratios*”, Water resources research, 20 (7), p. 914-920, 1984;
- Scheidegger, A. E.: “*The algebra of stream-order numbers*”, U.S.G.S. Prof. Paper, 525-B, B 187-9, 1965;
- Shamseldin A. Y., Nash J.E.: “*The geomorphological unit hydrograph-a critical review*”, Hydrology and Earth System Sciences, 2(1), p. 1-8, 1998;
- Schaake J. C., Geyer J. C., Knapp J. W.: “*Experimental examination of the rational method*”, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American society of Civil Engineers, vol. 93, N. HY6, 1967;

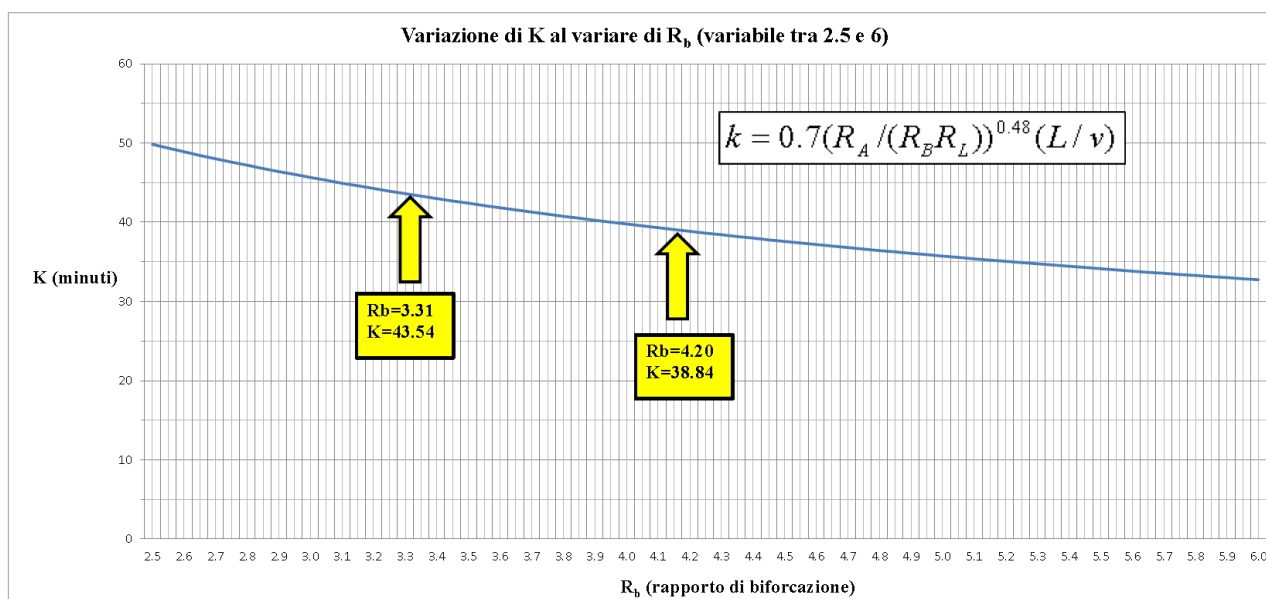
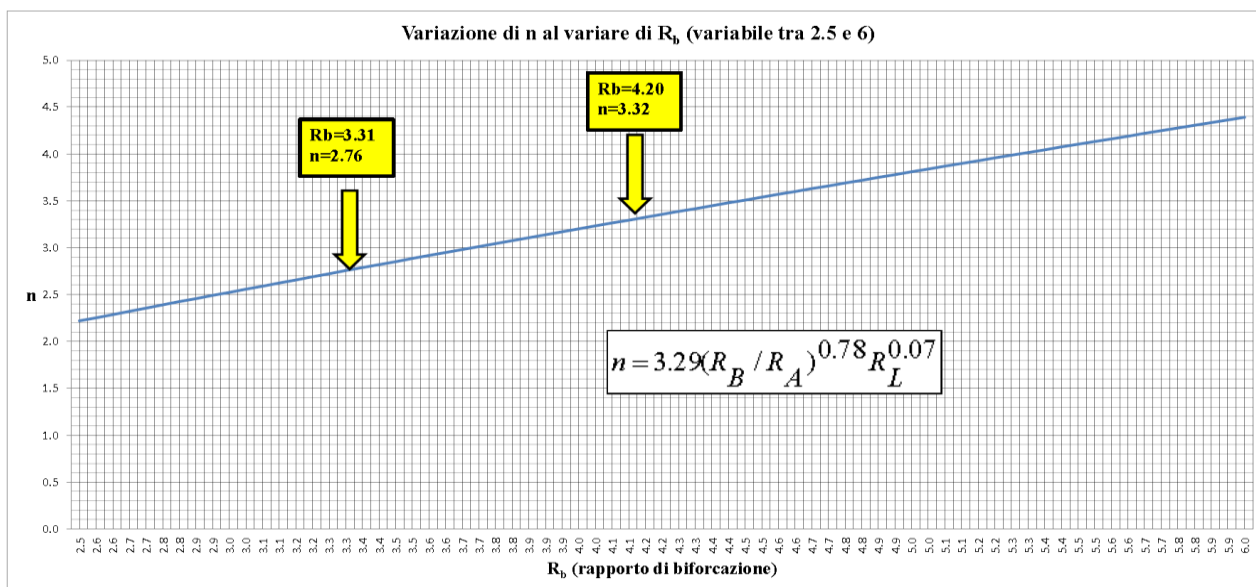
- Sherman L. K., “*Streamflow from rainfall by Unit-graph method*” Engineering News Record, 108 p. 501–505, 1932;
- Shreve, R.L. “*Statistical Law of stream numbers*”, Journal of geology, v. 74 pp. 17-37, 1965;
- Shreve, R.L. “*Infinite topologically random channel networks*”, Journal of geology, v. 75 p. 178-186, 1966;
- Shreve, R.L. “*Stream lengths and basin areas in topologically random channel networks*”, Journal of geology, v. 77, p. 397-414, 1969;
- Shreve, R.L. “*Variation in mainstream length with basin area in river networks*”, Water resources research v. 10, p. 1167-1177, 1974;
- Shreve, R.L. “*The probabilistic-topologic approach to drainage basin geomorphology*”, Geology, v. 3, p. 527-529, 1975;
- Silberstein R.P. “*Hydrological models are so good, do we still need data?*”, Environmental Modelling&Software, vol. 21, p. 1340-1352, 2006;
- Smart, J. S. “*Topological properties of channel networks*”, Bull. Geol. Soc. Amer., 80, 1757-74 1969;
- Tarboton D., Bras R., Rodriguez Iturbe I., “*On the extraction of channel networks from digital elevation data*”, Hydrol. Processes, vol.5, p. 81-100, 1991;
- Tarboton D., Bras R., Rodriguez Iturbe I., “*The fractal nature of river Networks*”, Water resources research, vol.24, p. 1317-1322, 1988;
- Woolhisher D. A., “*Phisically based models of watershed runoff.*” Proceedings of the international symposium on Rainfall-runoff Modeling held May 18-21, 1981 at Mississippi State University. Water resources publications, p. 189-202, 1982;

APPENDICE

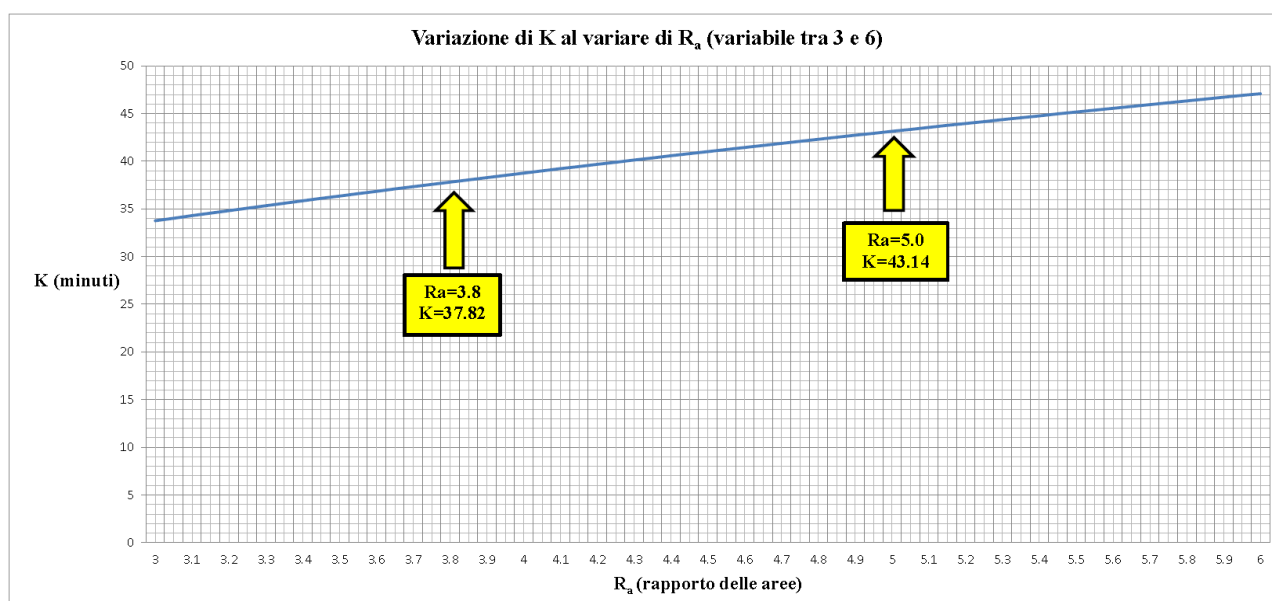
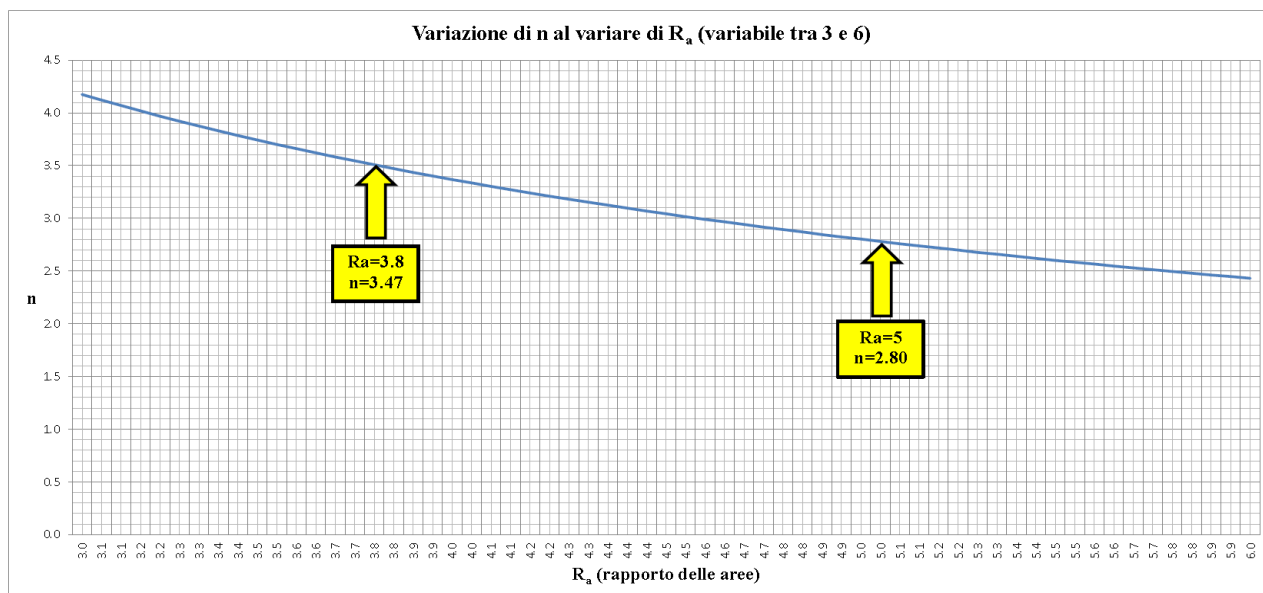
CAPITOLO 5: ANALISI DI SENSIBILITÀ. GRAFICI FASE 1

Variazione dei parametri n e K , al variare dei parametri di Horton R_b , R_a e R_L

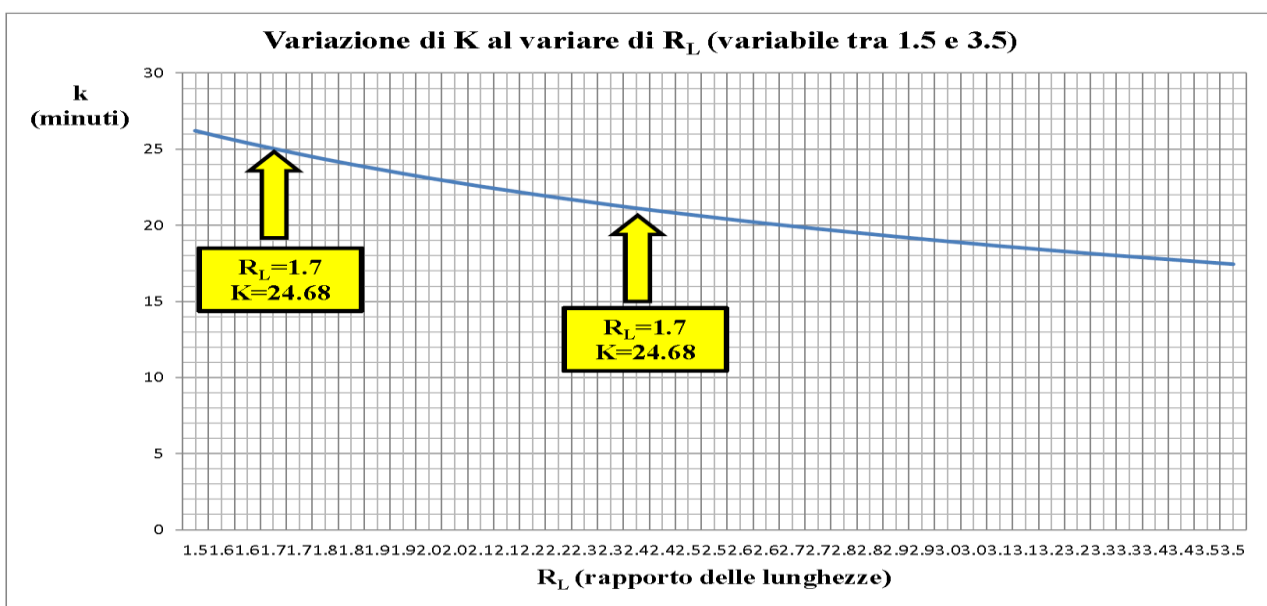
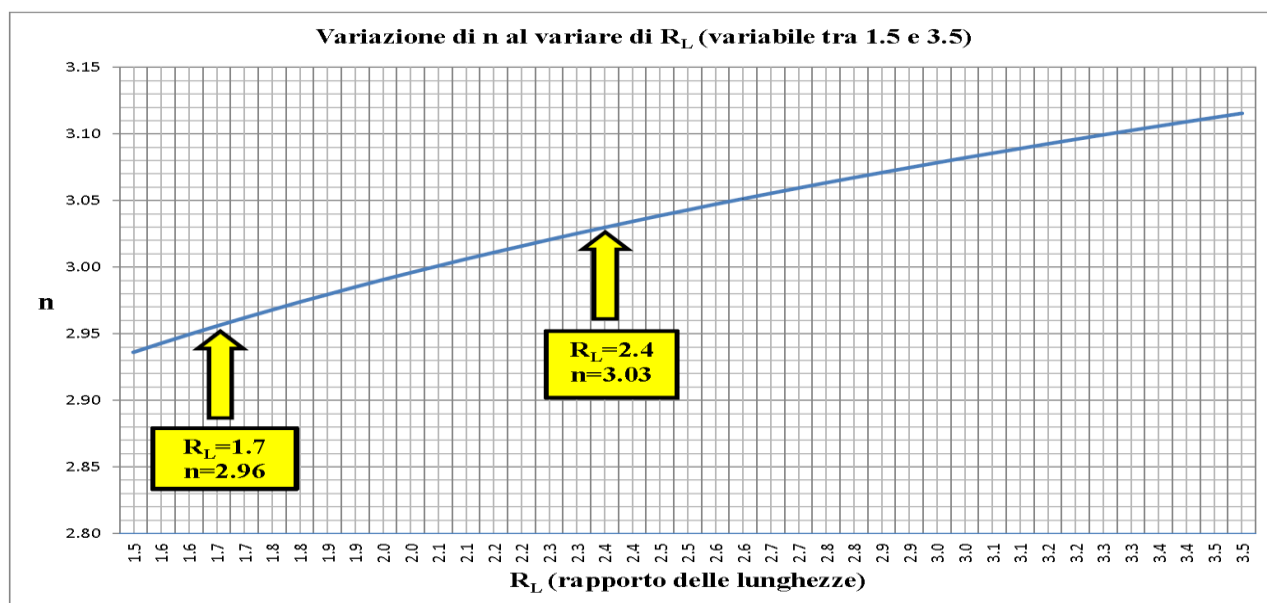
Variazione di n e K al variare del rapporto di biforcazione R_b :



Variazione di n e K al variare del rapporto delle aree R_a :



Variazione di n e K al variare del rapporto delle lunghezze R_L :



CAPITOLO 5: ANALISI DI SENSIBILITÀ. FASE 2

Variazione della risposta idrologica al variare dei parametri di Horton R_a , R_b e R_L

GRAFICI FASE 2 PRIMA SERIE

- 1) *Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali;*
- 2) *Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ dei deflussi superficiali;*
- 3) *Idrogramma di piena della portata superficiale;*
- 4) *Variazione del tempo di picco " t_{smax} ", (per $v = 0.5$ m/s, $v = 1$ m/s e $v = 2$ m/s);*
- 5) *Rapporto adimensionale $Q_{maxs}/(\max Q_{maxs})$ (per $v = 0.5$ m/s, $v = 1$ m/s e $v = 2$ m/s);*

Nota: Quando non specificato i grafici sono riferiti alla velocità media in rete $v = 1$ m/s

Risultati delle simulazioni per R_a variabile tra $3 \leq R_a \leq 6$, con pioggia cumulata pari a 100 mm, distribuzione Beta e durata di pioggia pari a 24 ore:

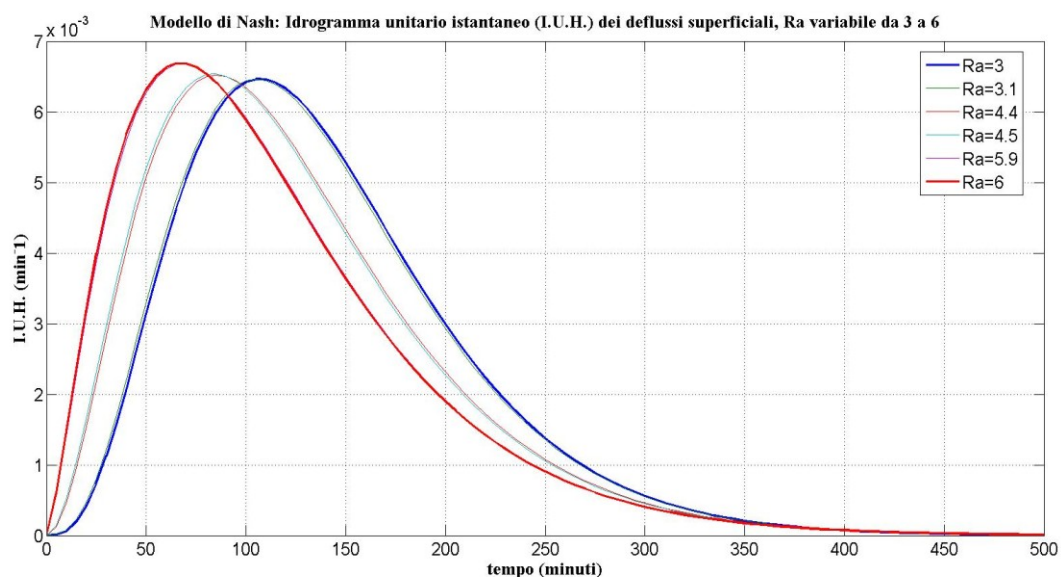


GRAFICO N. 1

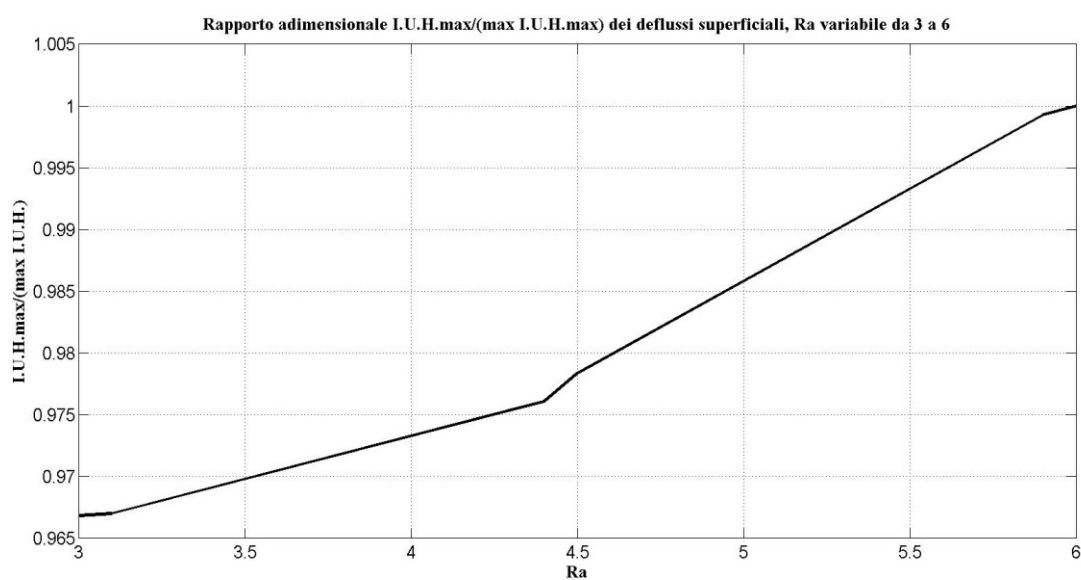


GRAFICO N. 2

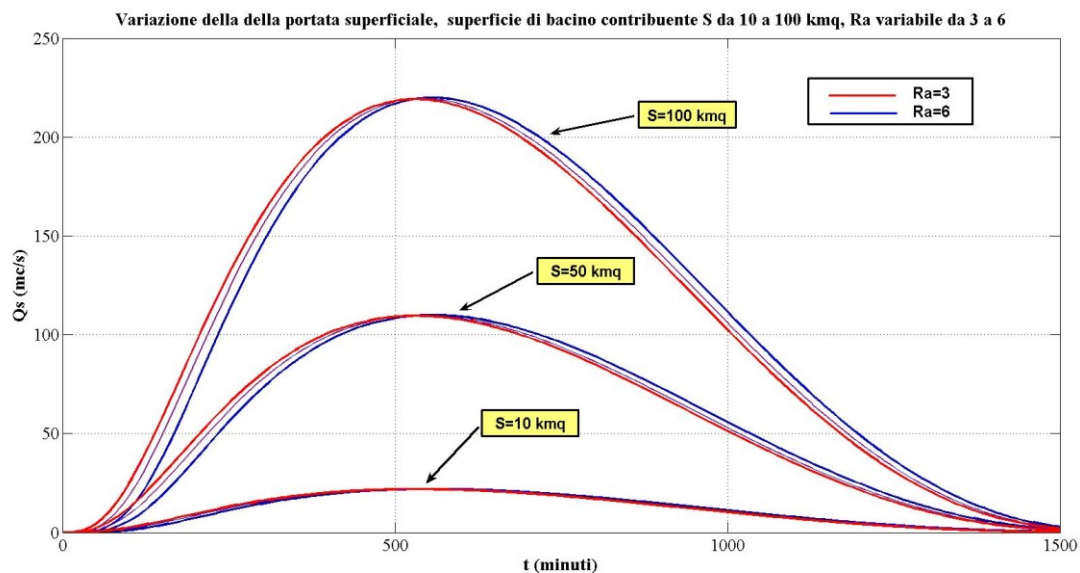


GRAFICO N. 3

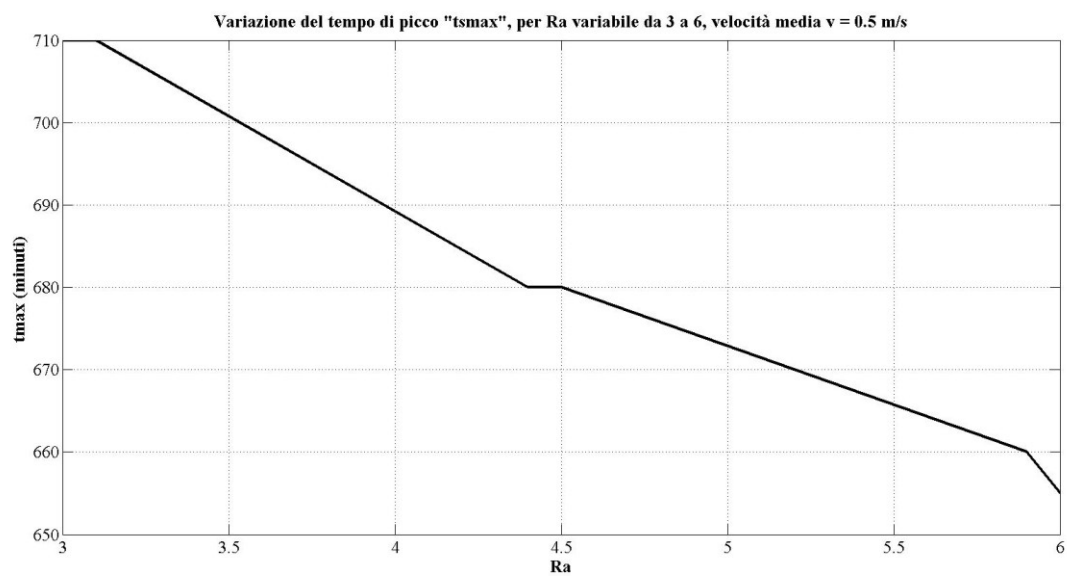


GRAFICO N. 4 (velocità media $v = 0.5$ m/s)

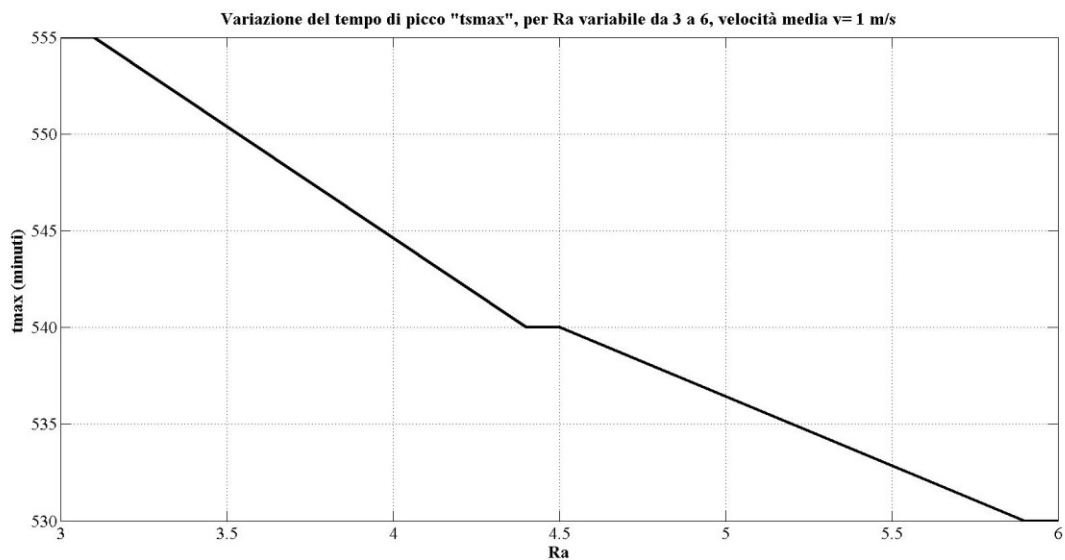


GRAFICO N. 4 (velocità media v = 1 m/s)

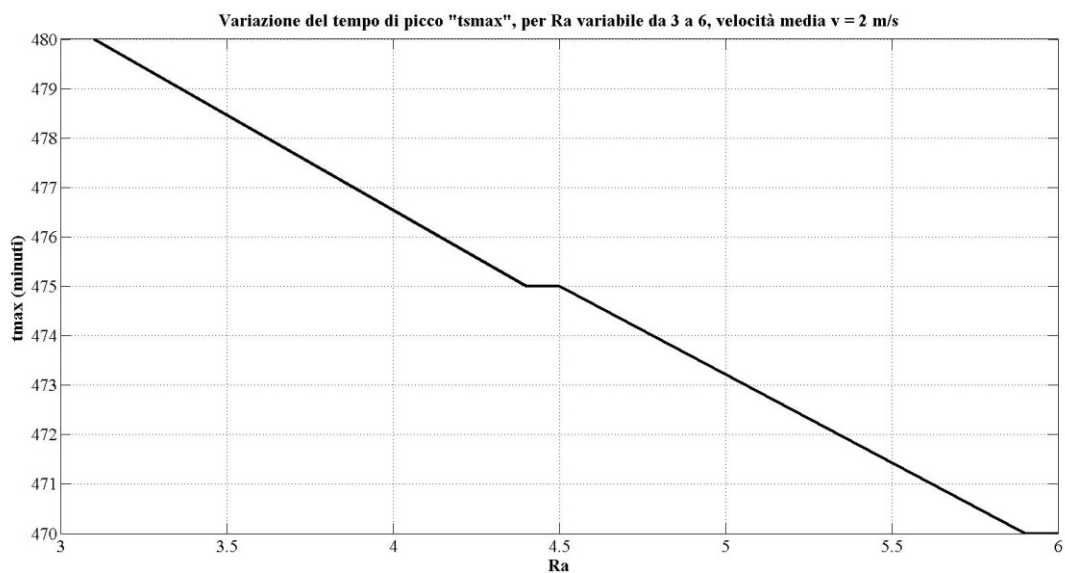


GRAFICO N. 4 (velocità media v = 2 m/s)

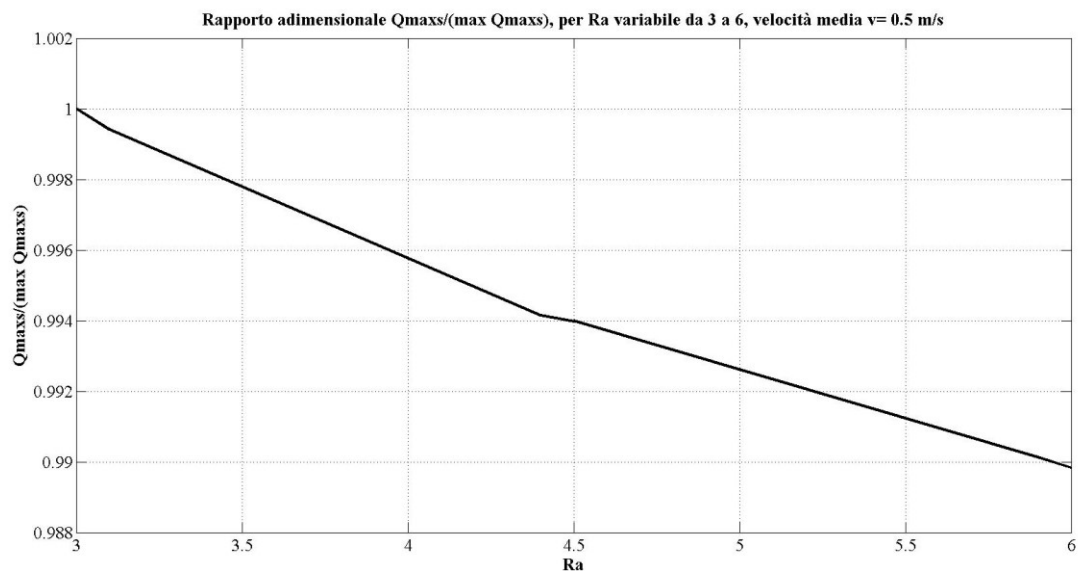


GRAFICO N. 5 (velocità media $v=0.5$ m/s)

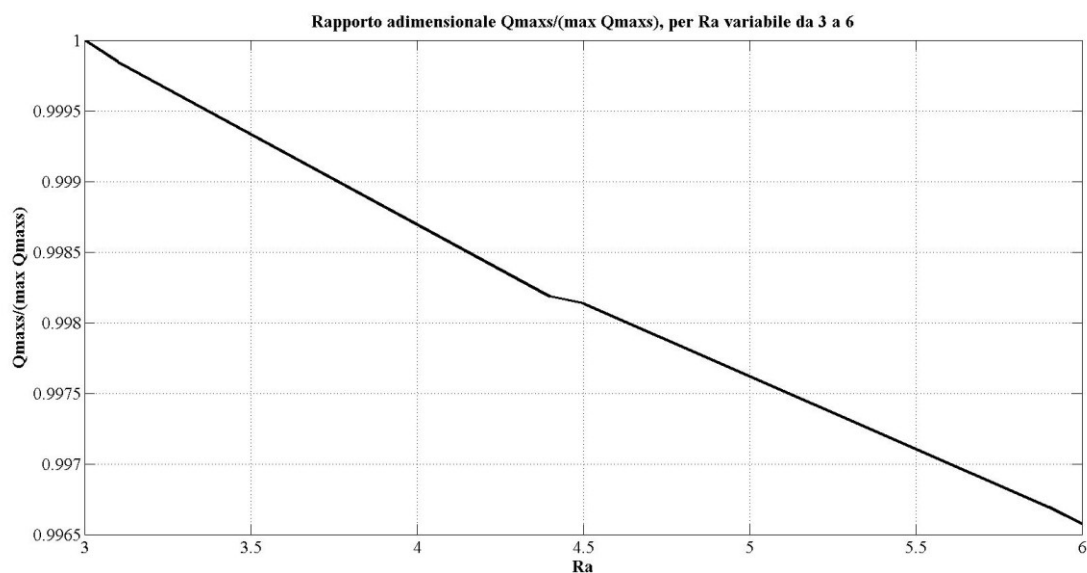


GRAFICO N. 5 (velocità media $v=1$ m/s)

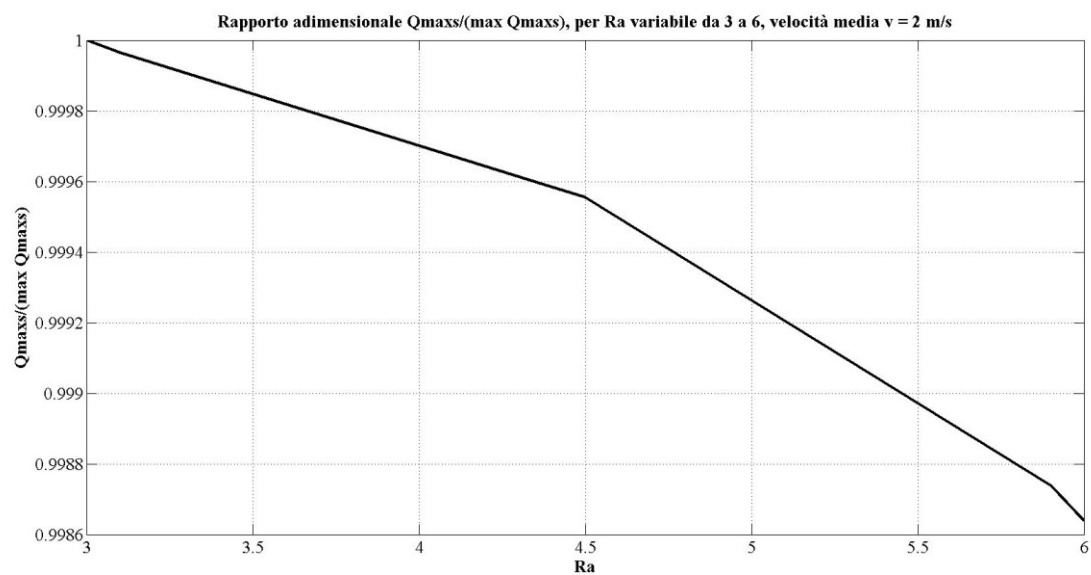


GRAFICO N. 5 (velocità media $v = 2$ m/s)

Risultati delle simulazioni per R_b variabile tra $2.5 \leq R_b \leq 6$, con pioggia cumulata pari a 100 mm, distribuzione Beta e durata di pioggia pari a 24 ore:

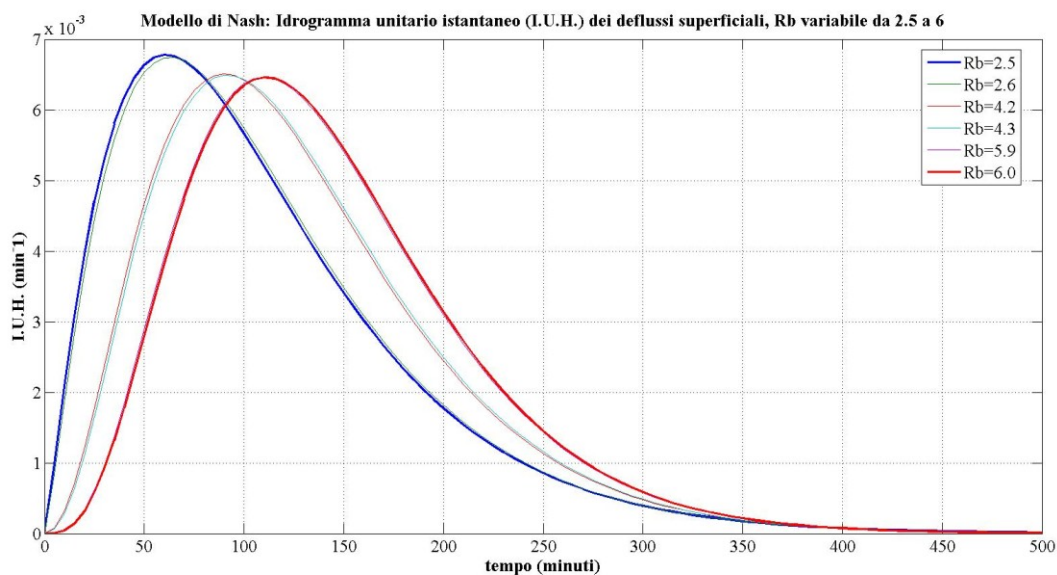


GRAFICO N. 1

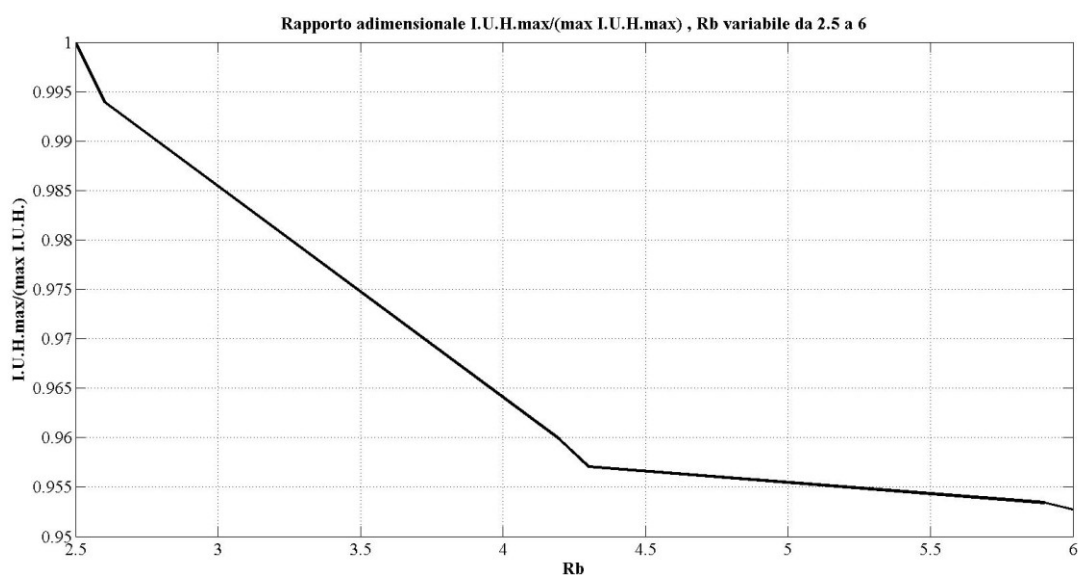


GRAFICO N. 2

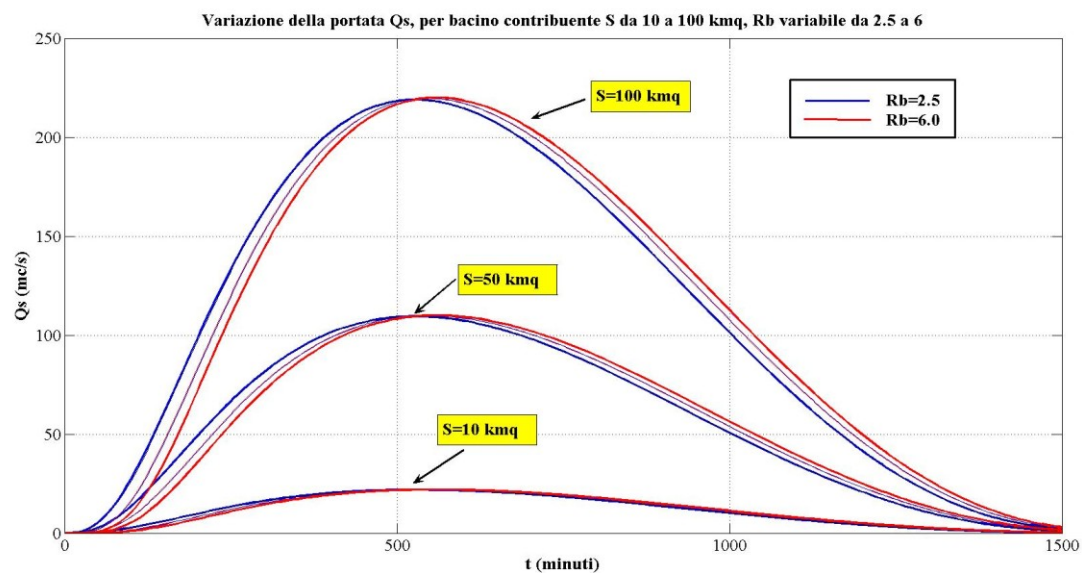


GRAFICO N. 3

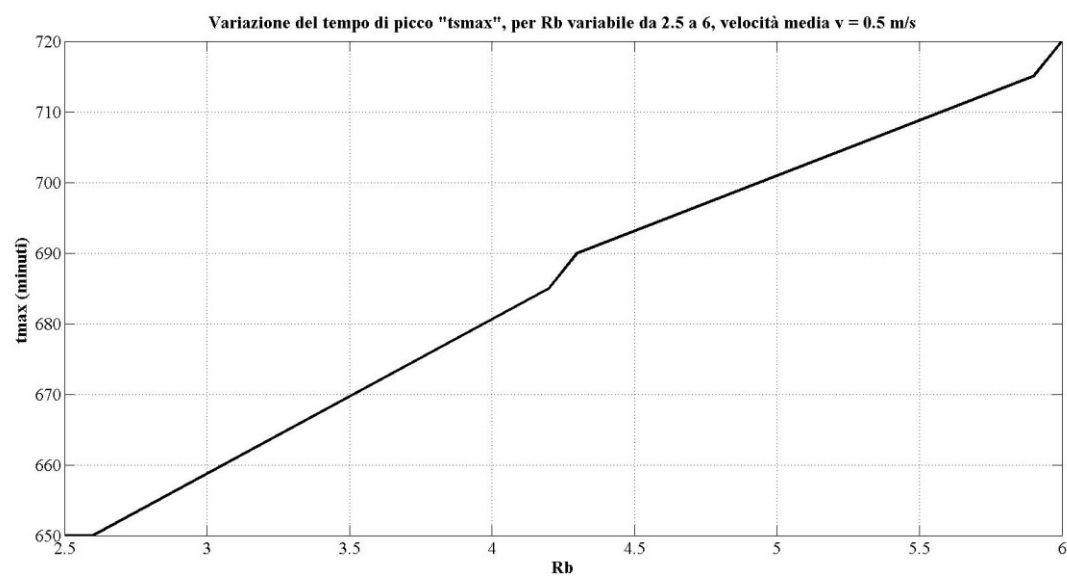


GRAFICO N. 4 (velocità media $v = 0.5$ m/s)

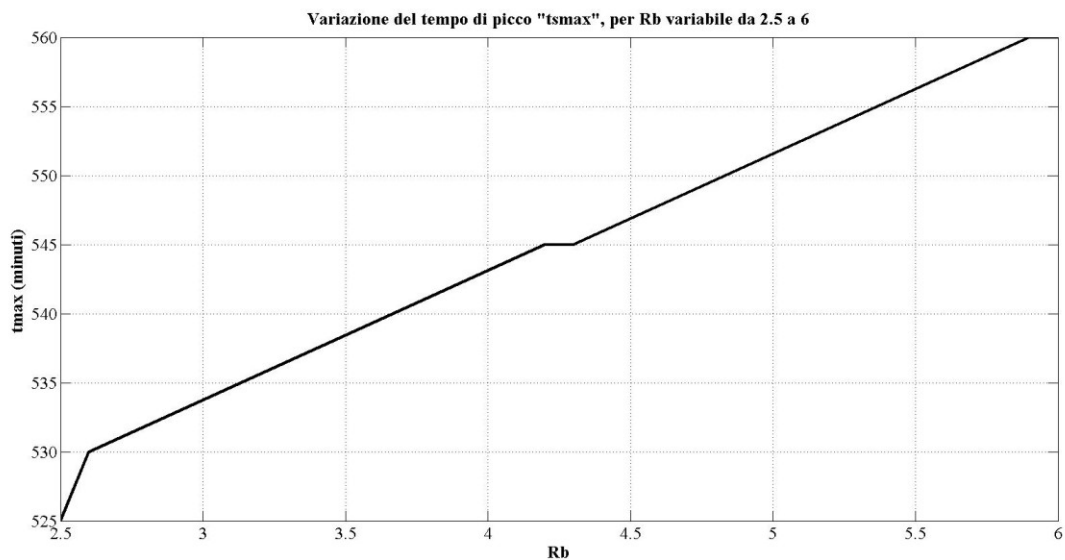


GRAFICO N. 4 (velocità media $v = 1$ m/s)

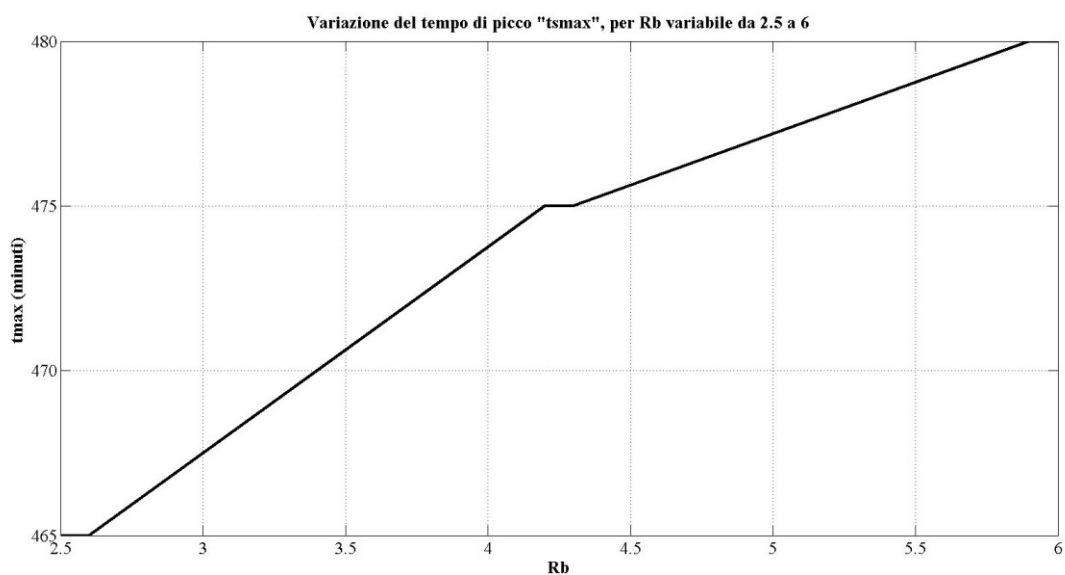


GRAFICO N. 4 (velocità media $v = 2$ m/s)

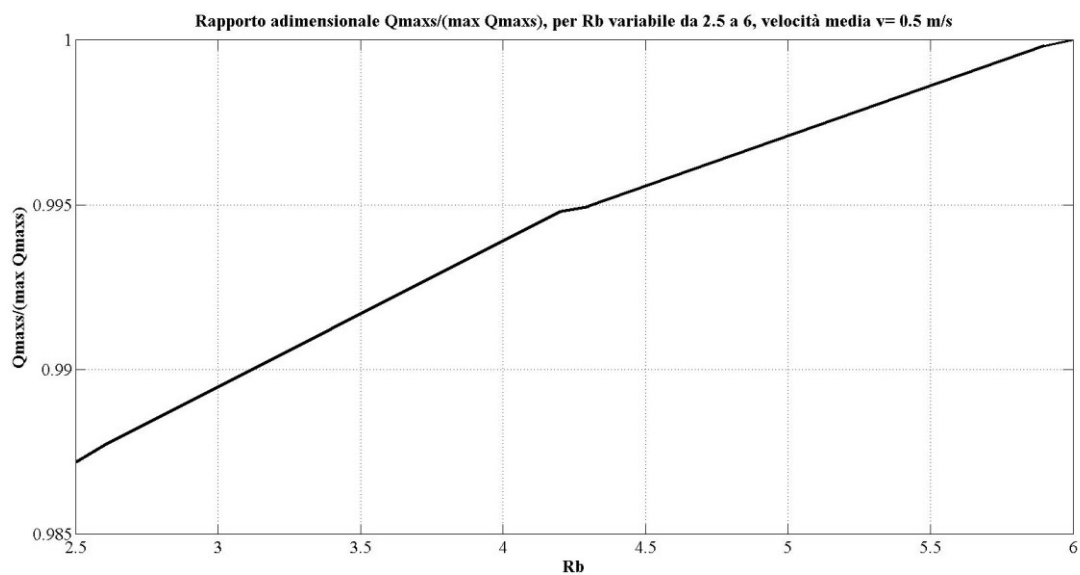


GRAFICO N. 5 (velocità media $v=0.5$ m/s)

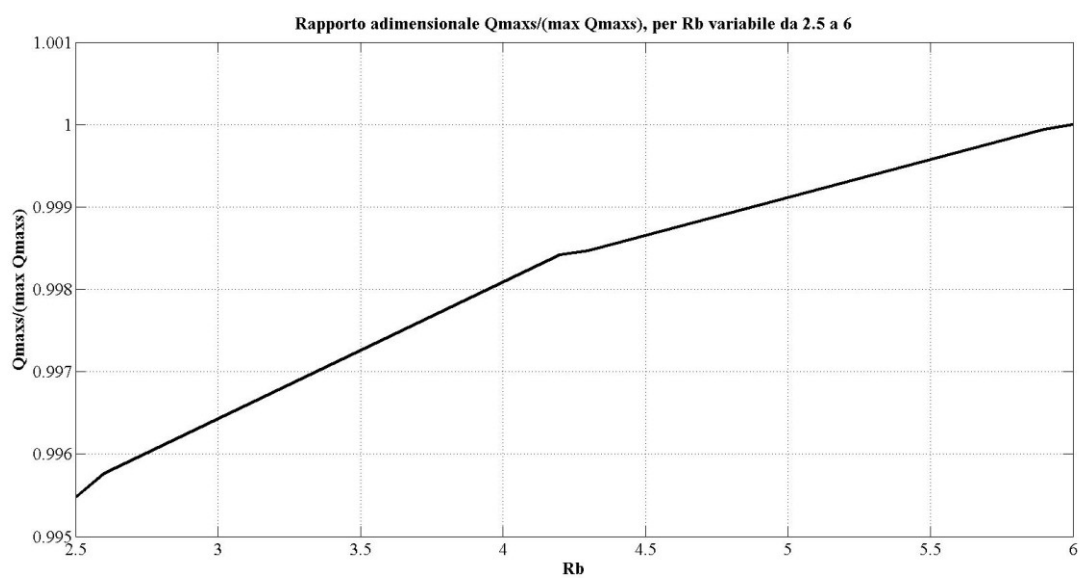


GRAFICO N. 5 (velocità media $v=1$ m/s)

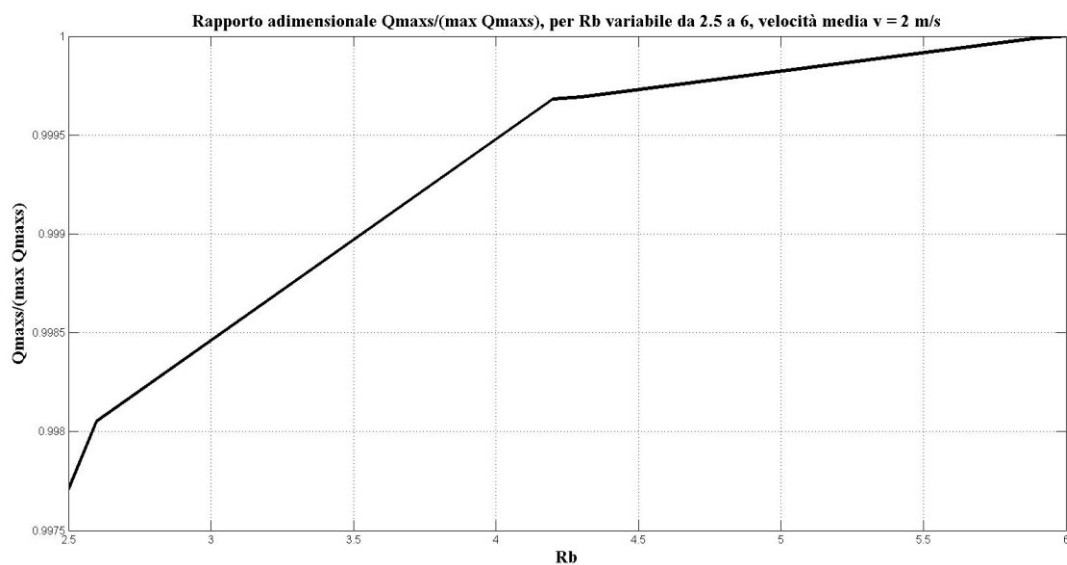


GRAFICO N. 5 (velocità media $v = 2$ m/s)

Risultati delle simulazioni per R_L variabile tra $1.5 \leq R_L \leq 3.5$, con pioggia cumulata pari a 100 mm, distribuzione Beta e durata di pioggia pari a 24 ore:

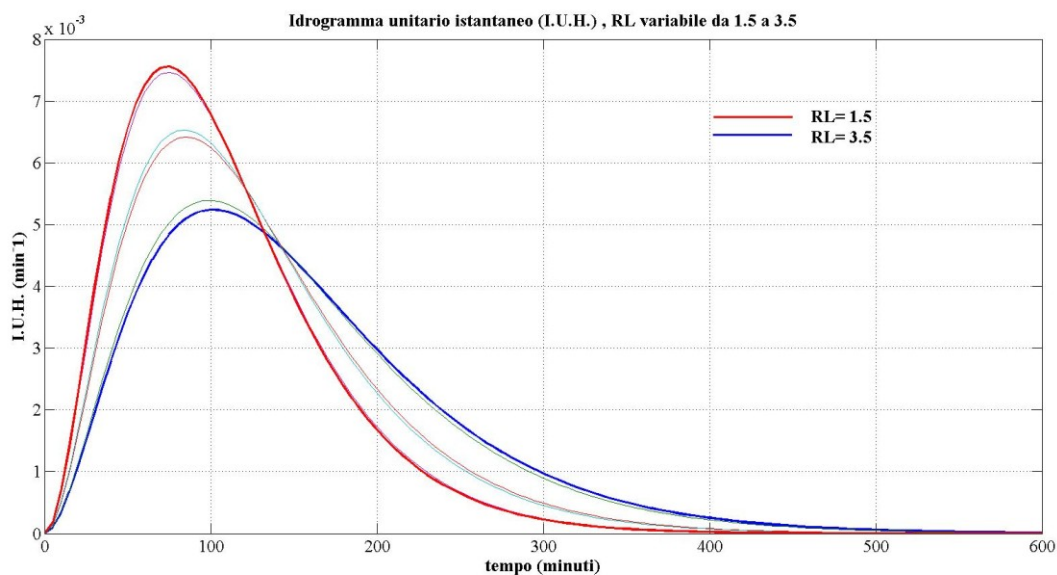


GRAFICO N. 1

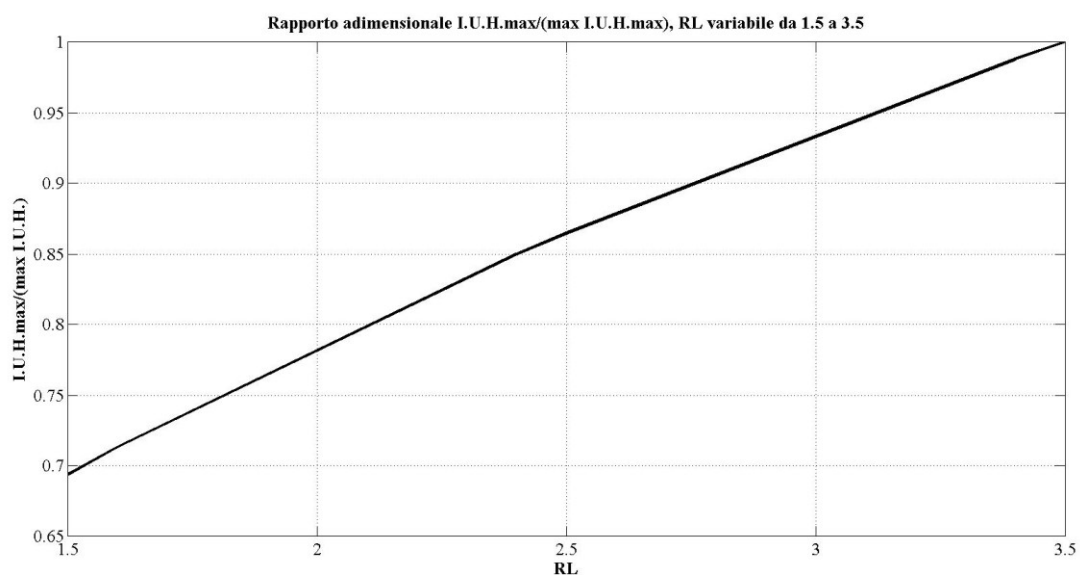


GRAFICO N. 2

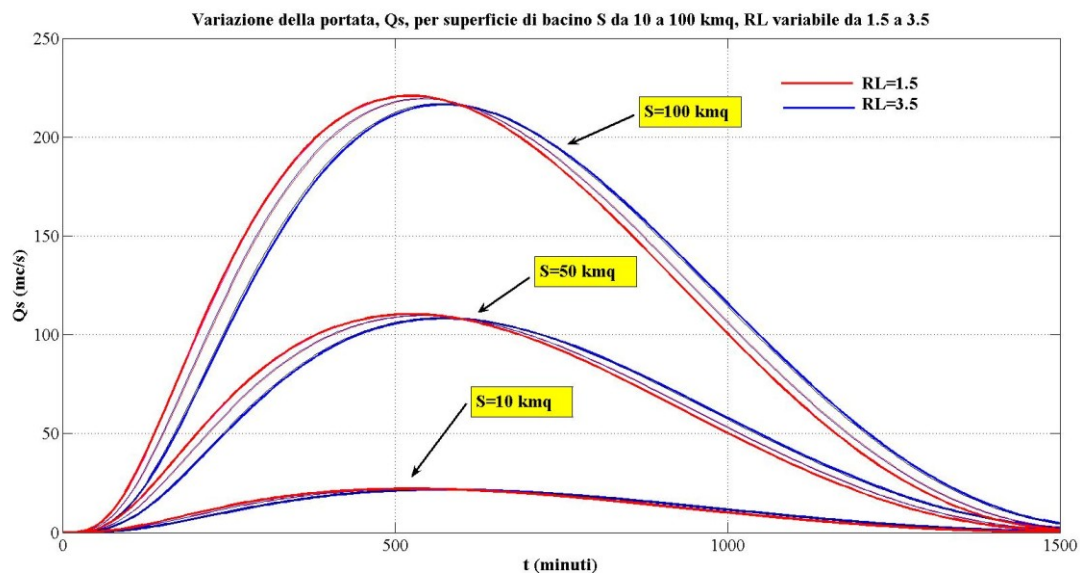


GRAFICO N. 3

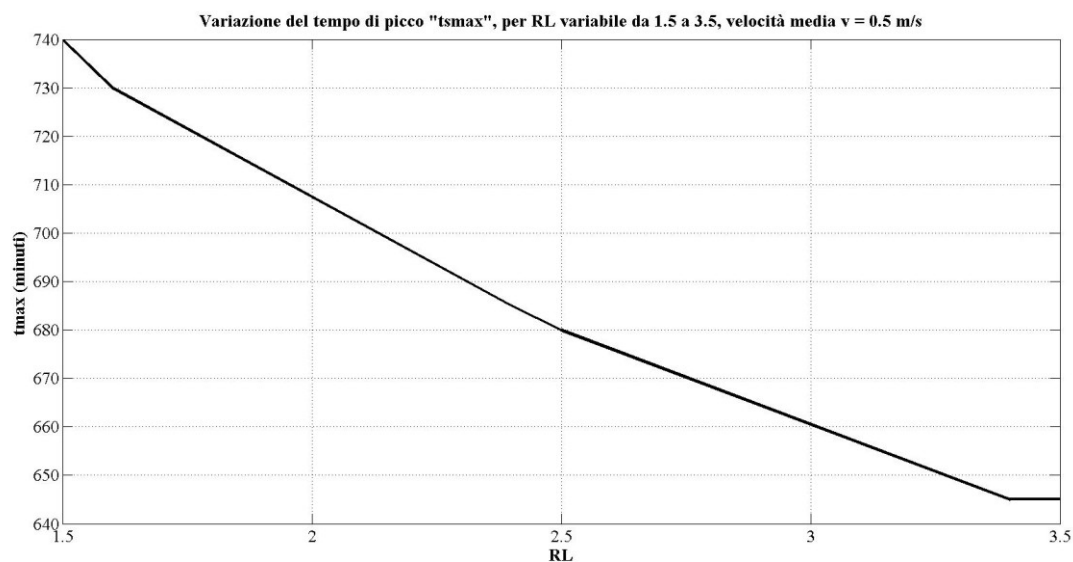


GRAFICO N. 4 (velocità media $v = 0.5$ m/s)

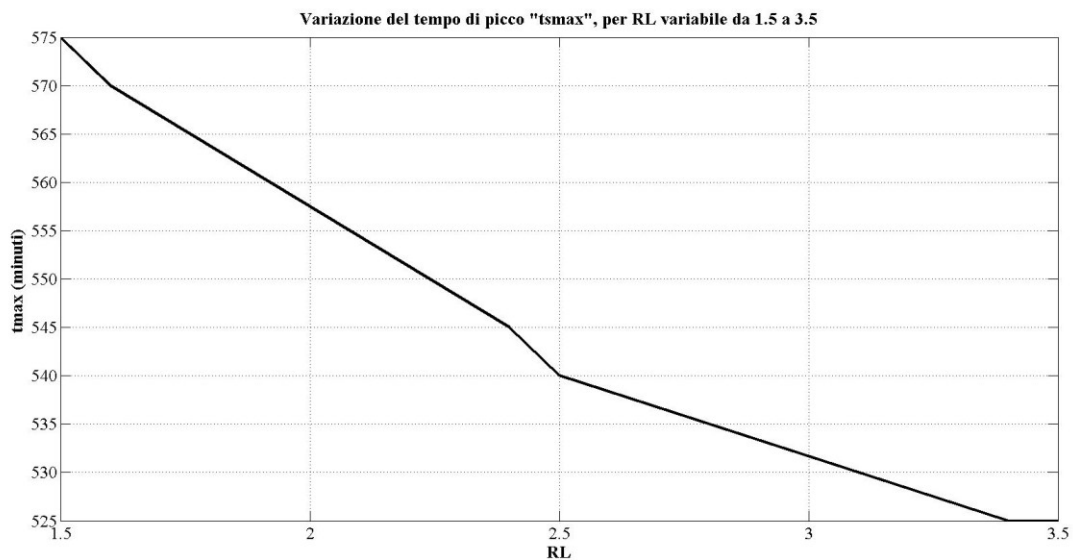


GRAFICO N. 4 (velocità media $v = 1$ m/s)

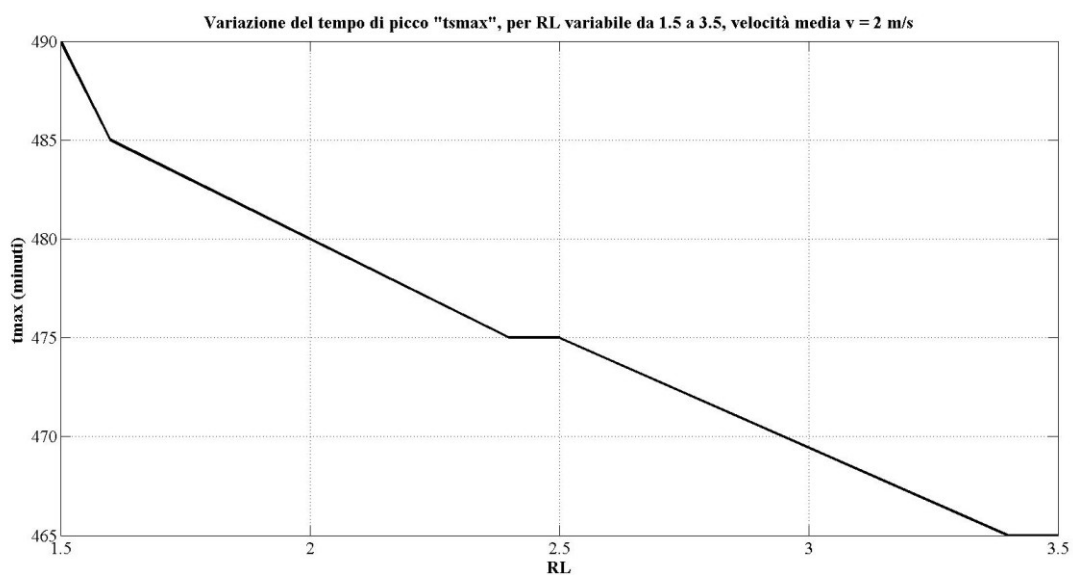


GRAFICO N. 4 (velocità media $v = 2$ m/s)

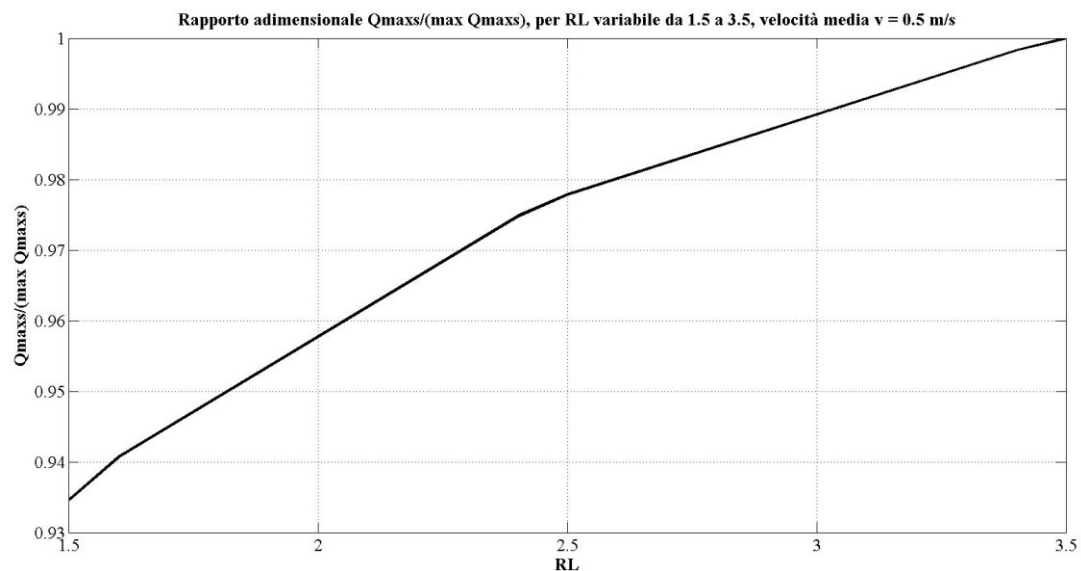


GRAFICO N. 5 (velocità media $v = 0.5$ m/s)

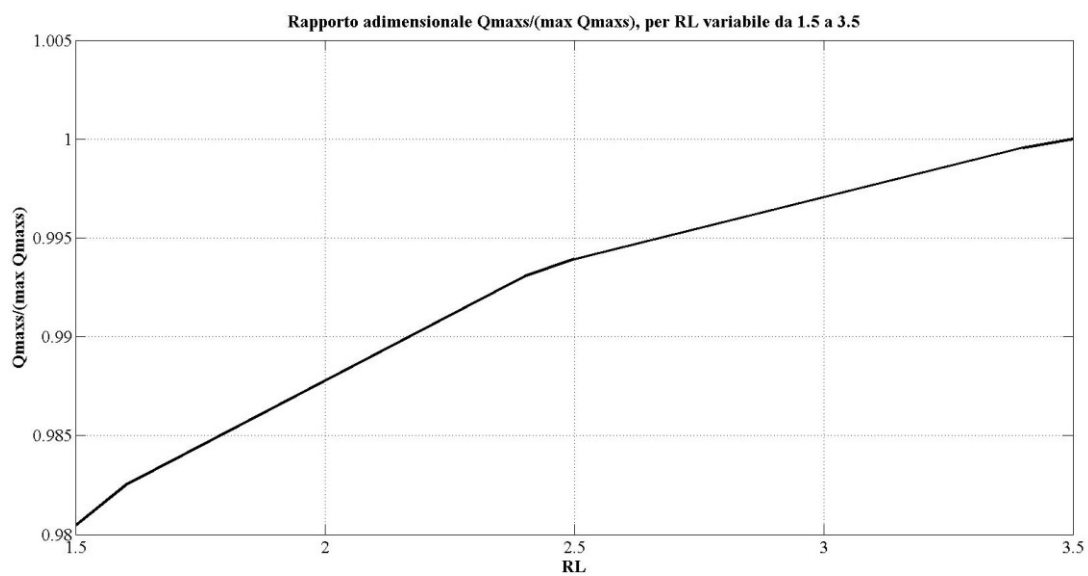


GRAFICO N. 5 (velocità media $v = 1$ m/s)

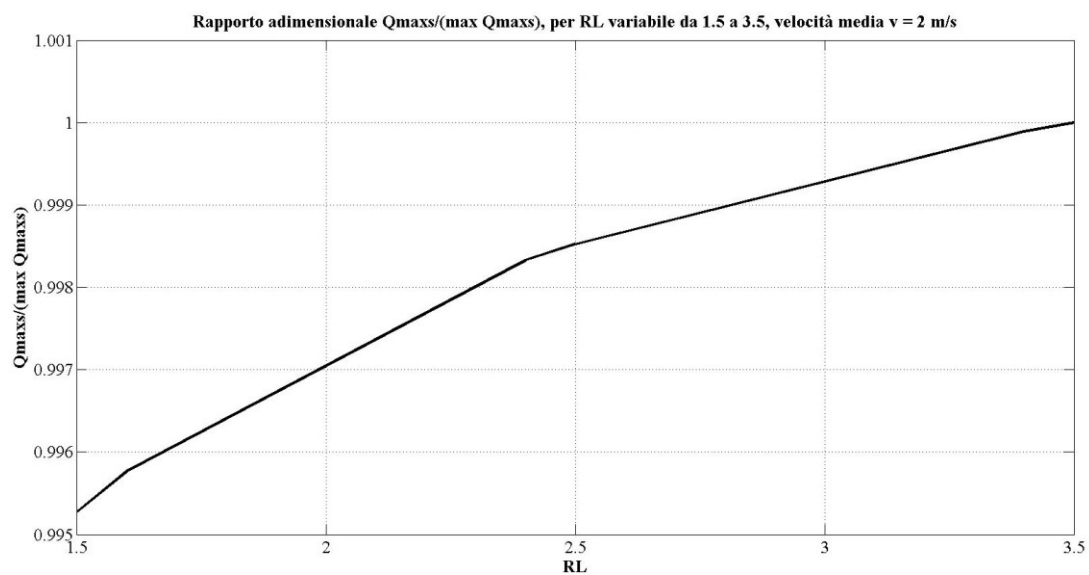


GRAFICO N. 5 (velocità media $v = 2$ m/s)

GRAFICI FASE 2 (SECONDA SERIE):

“n” variabile:

- 1) *Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.);*
- 2) *Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(max\ I.U.H._{max})$;*
- 3) *Idrogramma di piena della portata;*
- 4) *Variazione del tempo di picco " t_{smax} ";*
- 5) *Variazione della portata adimensionalizzata " $Q_{smax}/max\ Q_{smax}$ ";*

“K” variabile:

- 1) *Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) ($v = 0.3 - 1 - 1.5\ m/s$);*
- 2) *Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(max\ I.U.H._{max})$ ($v = 0.3 - 1 - 1.5\ m/s$);*
- 3) *Idrogramma di piena della portata ($v = 0.3 - 1 - 1.5\ m/s$);*
- 4) *Variazione del tempo di picco " $tsmax$ " ($v = 0.3 - 1 - 1.5\ m/s$);*
- 5) *Variazione della portata adimensionalizzata " $Q_{smax}/max\ Q_{smax}$ " ($v = 0.3 - 1 - 1.5\ m/s$);*

Risultati delle simulazioni per n variabile tra 2 e 5.5, con indicazione dei limiti imposti dall'ipotesi di considerare solo il 75% delle reti possibili

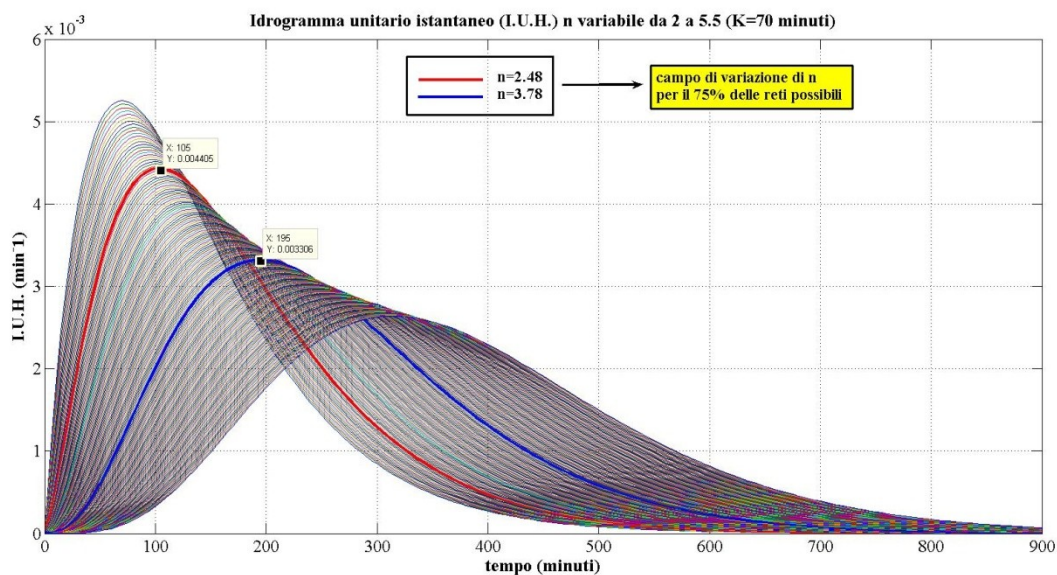


GRAFICO N. 1

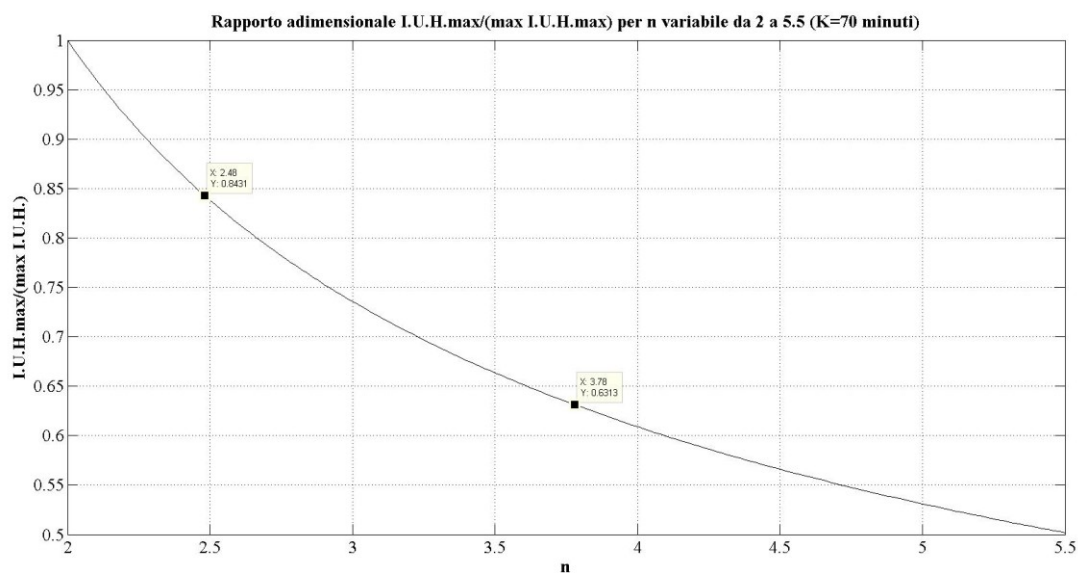


GRAFICO N. 2

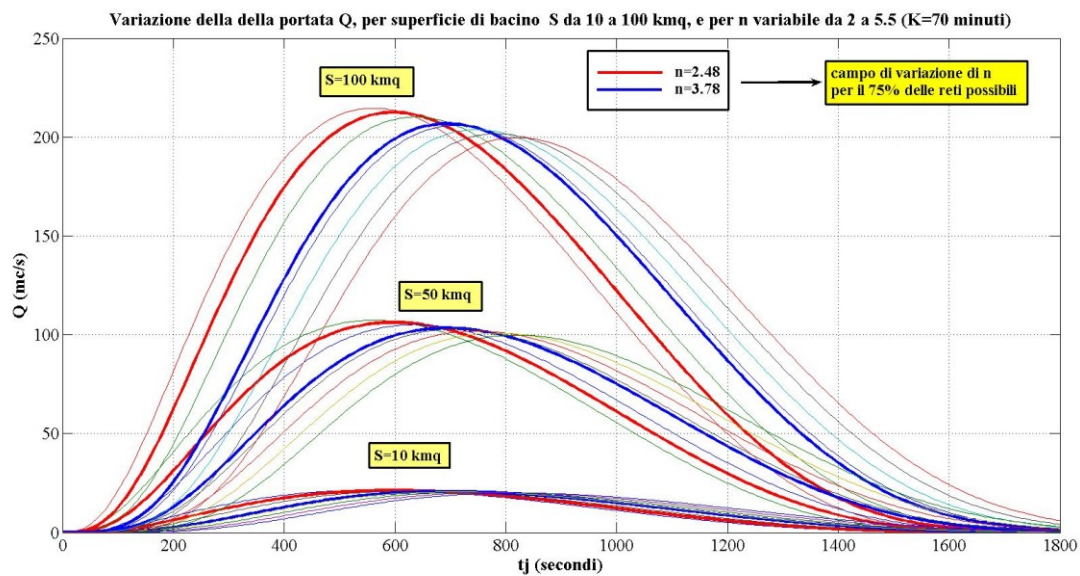


GRAFICO N. 3

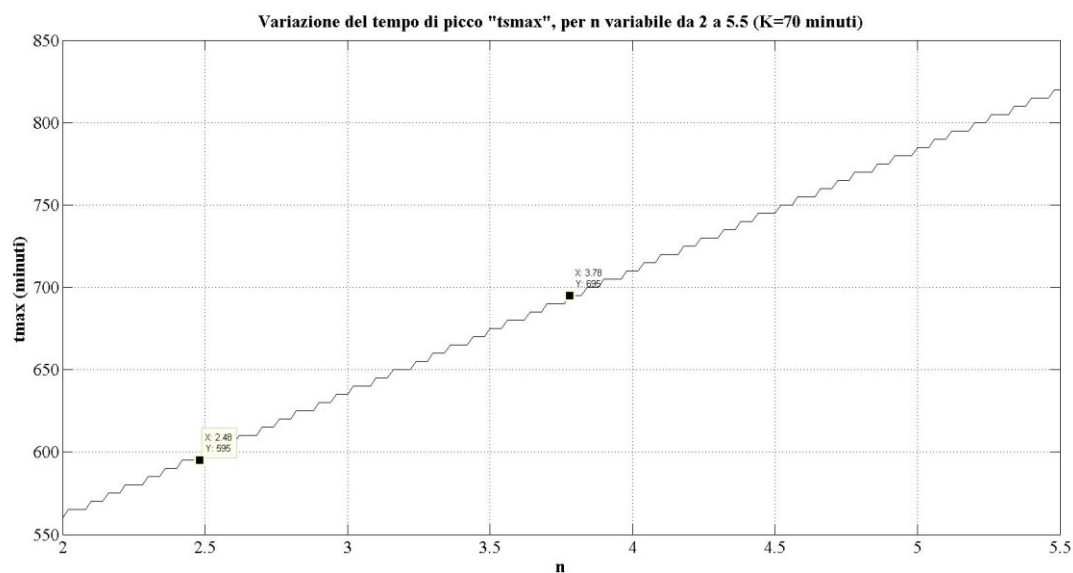


GRAFICO N. 4

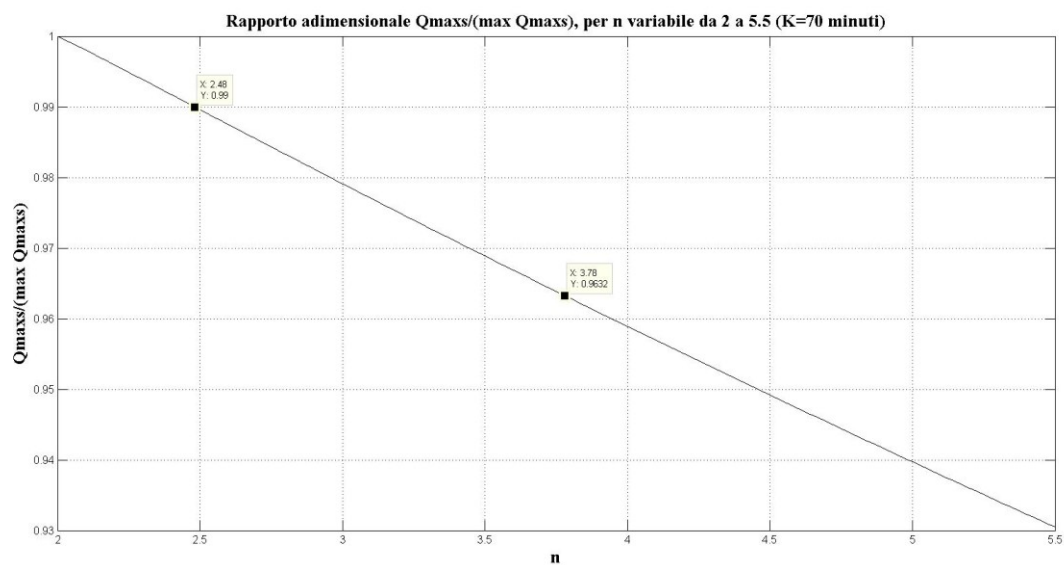


GRAFICO N. 5

Risultati delle simulazioni per K variabile tra 20 e 205, con indicazione dei limiti imposti dall'ipotesi di considerare solo il 75% delle reti possibili, e velocità media della rete variabile tra $v=0.3$ m/s, $v=1$ m/s, $v=1.5$ m/s

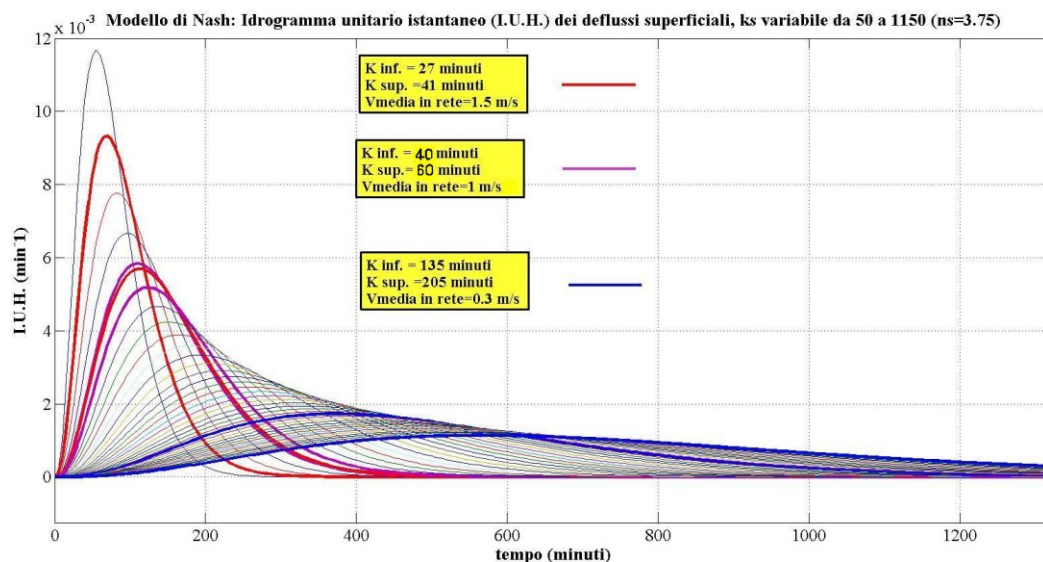


GRAFICO N. 1

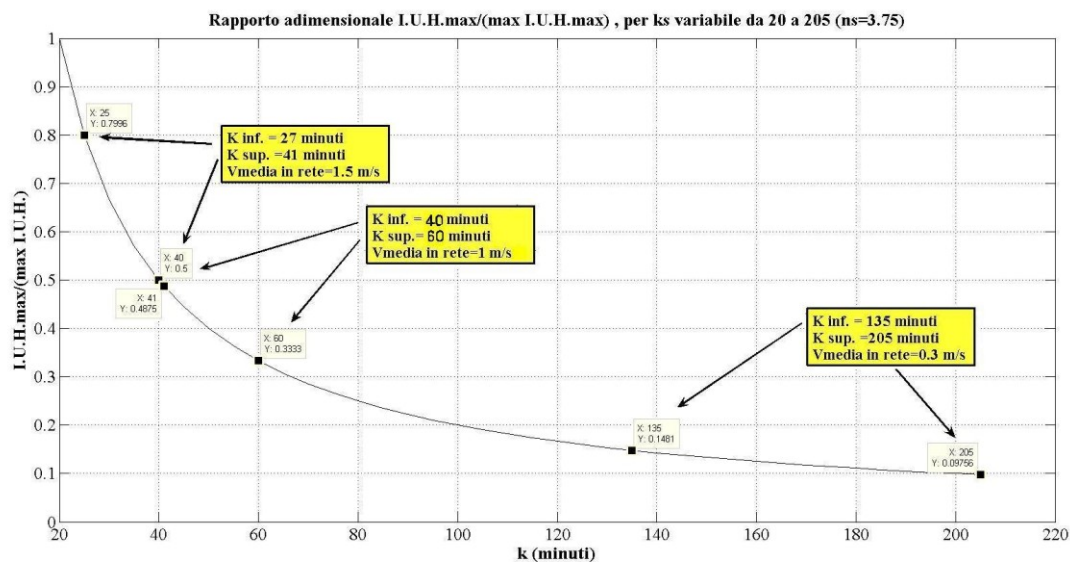


GRAFICO N. 2

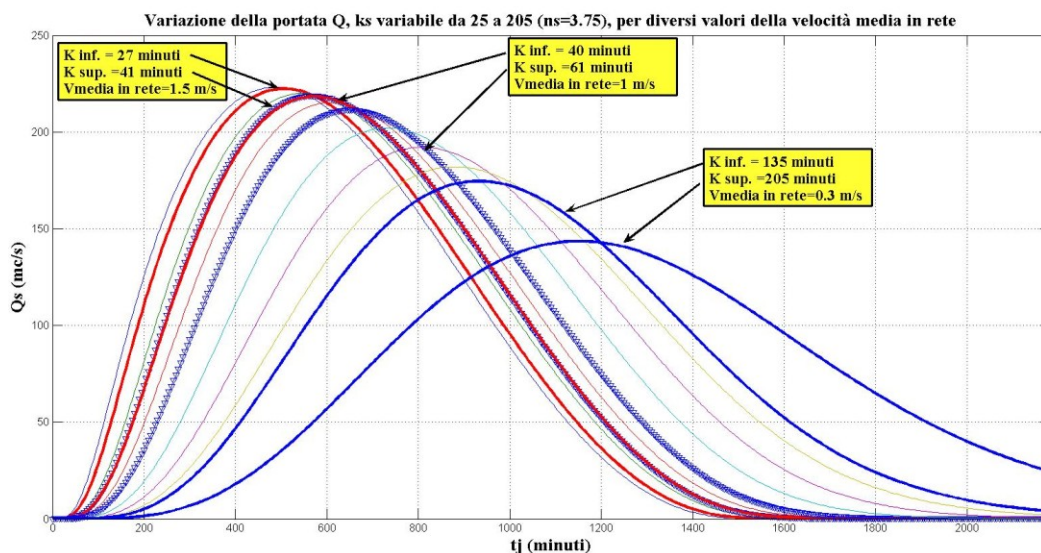


GRAFICO N. 3

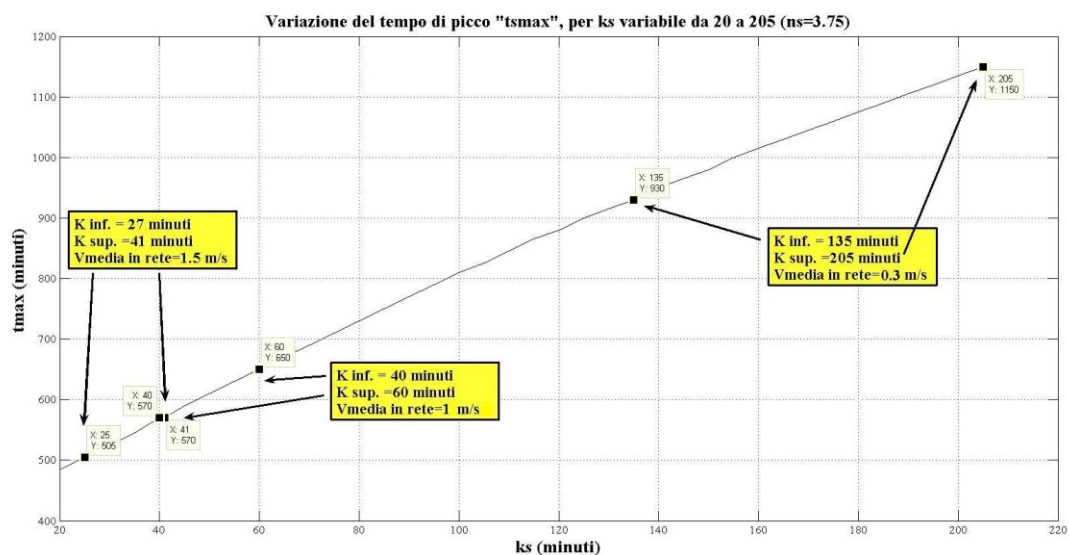


GRAFICO N. 4

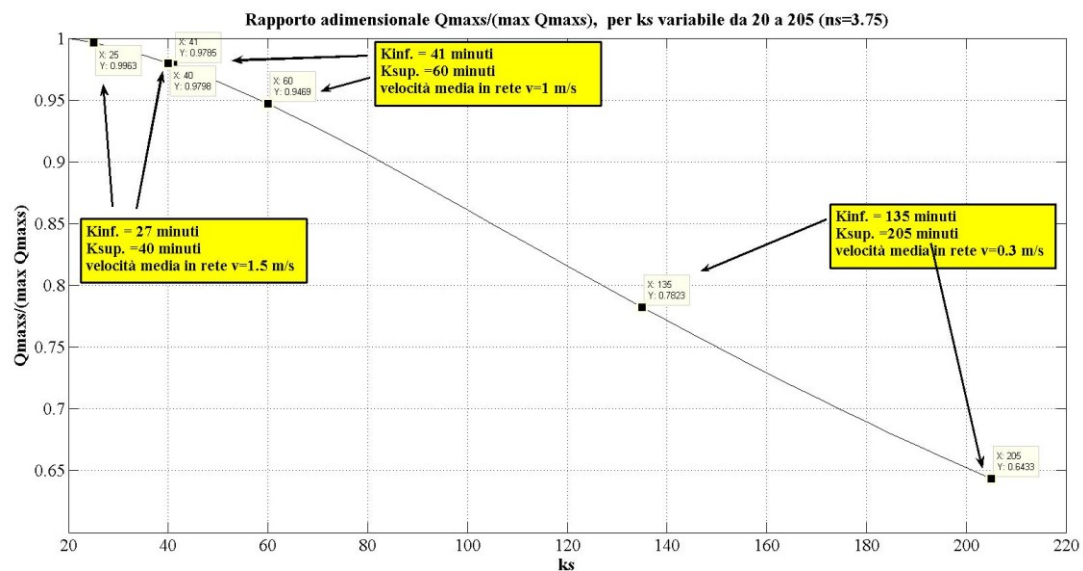


GRAFICO N. 5

CAPITOLO 5: ANALISI DI SENSIBILITÀ. GRAFICI FASE 3

Applicazione delle formule di Rosso (1984) al gruppo di reti NON RANDOM

GRAFICI FASE 3

- 1) *Idrogramma unitario istantaneo (I.U.H.) dei deflussi superficiali;*
- 2) *Rapporto adimensionale $I.U.H._{max}/(\max I.U.H._{max})$ dei deflussi superficiali;*
- 3) *Idrogramma di piena della portata superficiale;*
- 4) *Variazione del tempo di picco " t_{smax} ";*
- 5) *Rapporto adimensionale $Q_{maxs}/(\max Q_{maxs})$;*

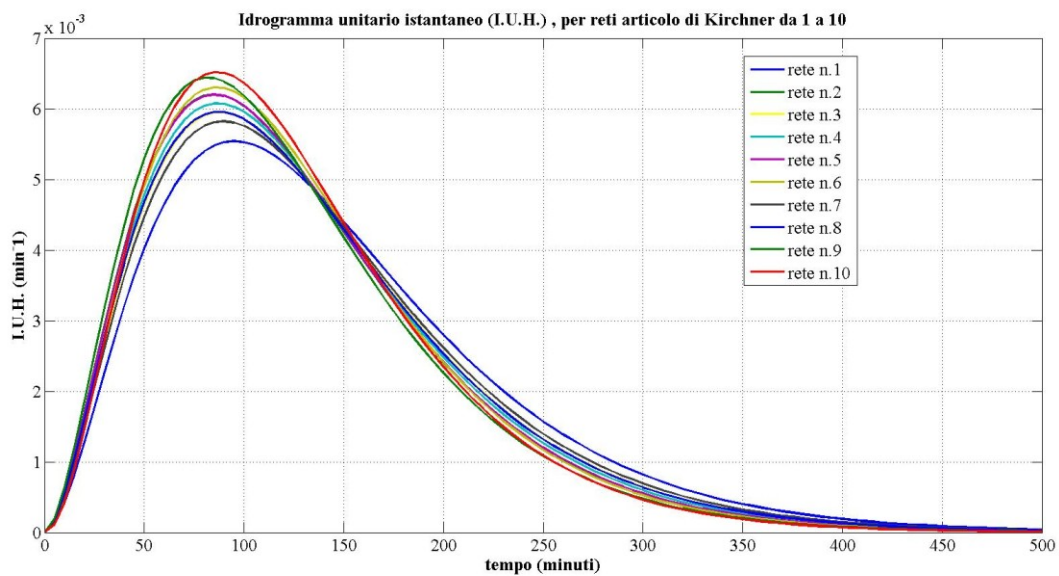


GRAFICO N. 1

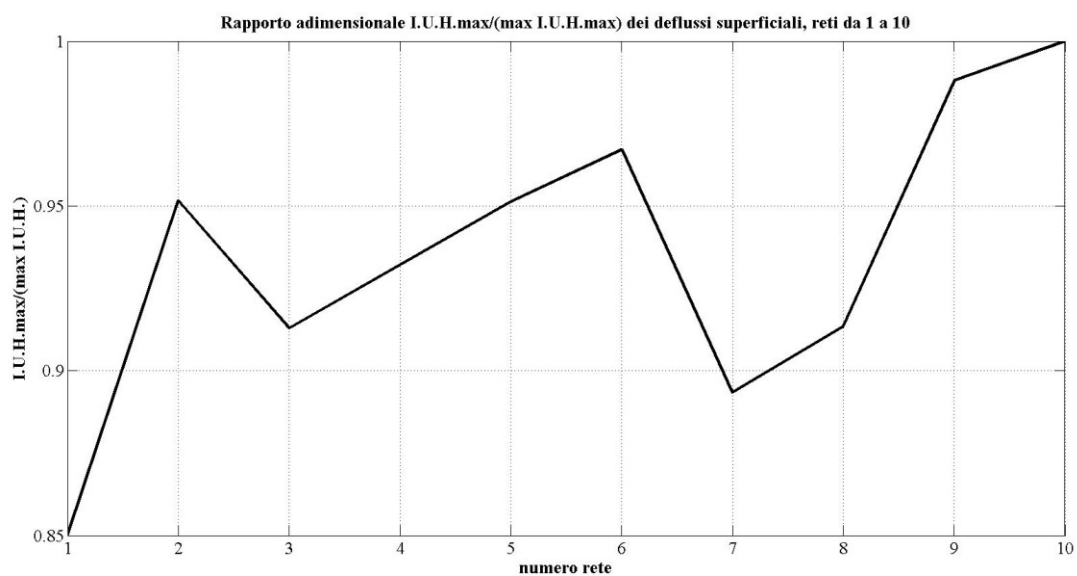


GRAFICO N. 2

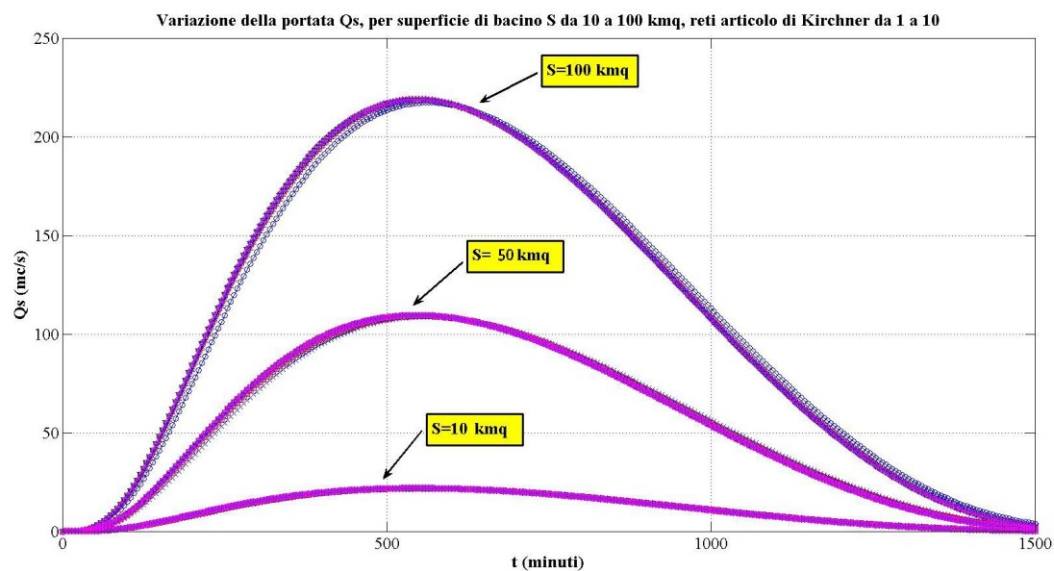


GRAFICO N. 3

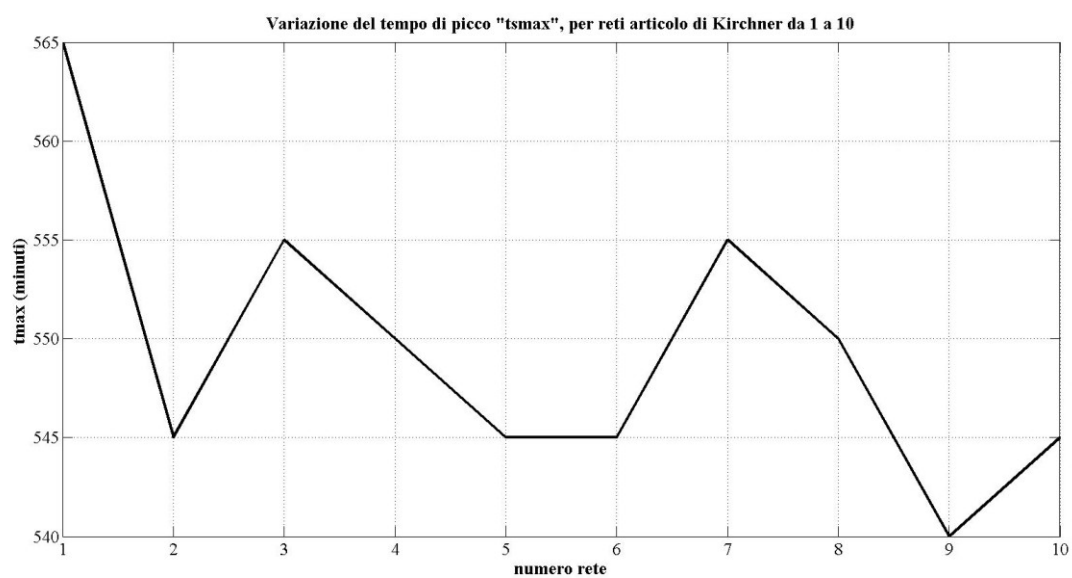


GRAFICO N. 4

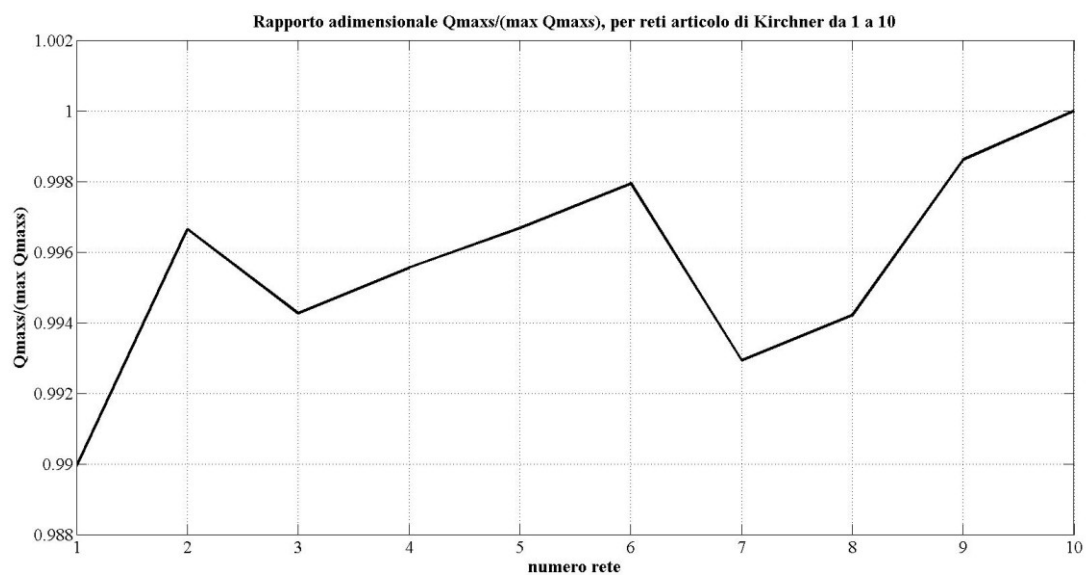


GRAFICO N. 5